

على المترشح ان يختار احد الموضوعين

الموضوع الاول:

التمرين الاول : (04 نقاط)

اجب بصحيح او خطأ مع التبرير:

(1) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[e; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{2x - \ln x}{x + \ln x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

•  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل معادلته  $y = 2$

(2) لتكن  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة ب:  $U_0 = 3$  ومن اجل كل  $n \in \mathbb{N}$   $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$

• الحد العام للمتتالية  $(U_n)$  هو من اجل كل  $n \in \mathbb{N}$   $U_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

(3) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  في الشكل

المقابل؛  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها 1

$A$  هي مساحة الحيز المستوي المحدد ب:  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = \frac{1}{2}$  و  $x = 2$

•  $A \approx 1,024 \text{ ua}$

(4) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = -\frac{2}{3\sqrt{3}} \cos \pi x + \frac{2}{3} \sin \pi x$  هي حل للمعادلة التفاضلية  $y'' + \pi^2 y = 0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

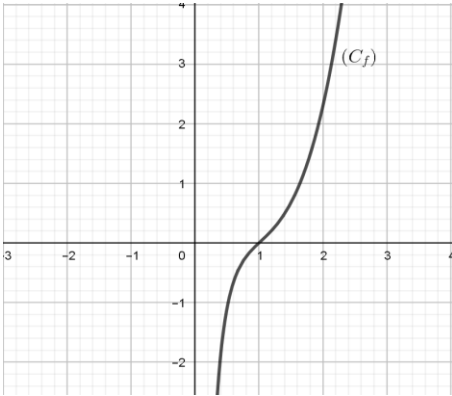
(1)  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $] -1; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$ ،  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  في مستوي

منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  و  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = x$  حيث  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $] -1; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) انشئ  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $[0; 4]$

(ج) بين انه اذا كان  $x \in [0; 4]$  فان  $f(x) \in [0; 4]$



$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ } u_0 = 0 \text{ ومن اجل كل } n \in \mathbb{N} \text{ } u_{n+1} = f(u_n) \quad (2)$$

(أ) مثل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية  $(u_n)$  على محور الفواصل ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq 4$ .

$$(3) \text{ لتكن المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة كما يلي : من اجل كل } n \in \mathbb{N} \text{ ، } v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$$

(أ) بين ان المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحساب حدها الاول  $v_0$ .

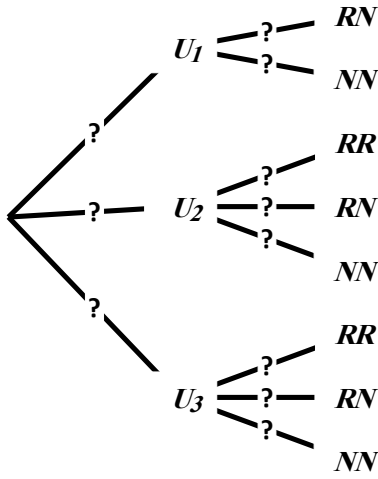
$$(ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = -2 + \frac{4}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$$$

(د) احسب  $\lim u_n$ .

$$(4) \text{ اكتب بدلالة } n \text{ المجموع: } S_n = 2 + \frac{4}{u_1 + 2} + \frac{4}{u_2 + 2} + \dots + \frac{4}{u_n + 2}$$

**التمرين الثالث : (04 نقاط)**

لدينا ثلاث صناديق  $U_1$  ،  $U_2$  ،  $U_3$  . يحتوي الصندوق  $U_1$  على كرة حمراء واحدة و 9 كرات سوداء ، الصندوق  $U_2$  يحتوي على كرتين حمراوين و 8 كرات سوداء ، أما الصندوق  $U_3$  يحتوي على ثلاث كرات حمراء و 7 كرات سوداء . نختار عشوائياً صندوقاً من الصناديق الثلاثة و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق المختار



لتكن الاحداث : " RR " الحصول على كرتين حمراوين " و " NN " الحصول على كرتين سوداوين " و " RN " الحصول على كرتين مختلفتين في اللون "

(1) أنقل ثم اتمم شجرة الاحتمالات

(2) ليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

$$(أ) حدّد قيم المتغير العشوائي  $X$  ، ثم بيّن أنّ  $P(X = 2) = \frac{4}{135}$$$

(ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ، ثمّ أحسب أمله الرياضي  $E(X)$ .

(3) علماً أنّنا حصلنا على كرتين حمراوين ، ما احتمال أن يكون السحب من الصندوق  $U_3$  ؟

**التمرين الرابع : (07 نقاط)**

(I) لتكن  $g$  دالة معرفة على  $[0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = (-3x + 5)e^x - 3$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها على  $[0; +\infty[$

(2) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  حيث  $1,42 < \alpha < 1,43$

(3) انشئ جدول اشارة  $g(x)$  على  $[0; +\infty[$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{3x-2}{e^x-1}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

حيث  $\vec{i} \parallel \vec{j}$  و  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$

(1) احسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسر النتيجةين بيانيا

$$(2) (أ) بين انه من اجل كل  $x \in ]0; +\infty[$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$$$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3) تحقق ان  $f(\alpha) = -3\alpha + 5$  ثم جد حصر لـ  $f(\alpha)$

(4) ارسم  $(C_f)$

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :  $m^2 e^x - 3x = m^2 - 2$

(6) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$  ب :  $h(x) = \frac{3|x|-5}{e^{|x|-1}-1} + 1$

(أ) بين ان الدالة  $h$  زوجية

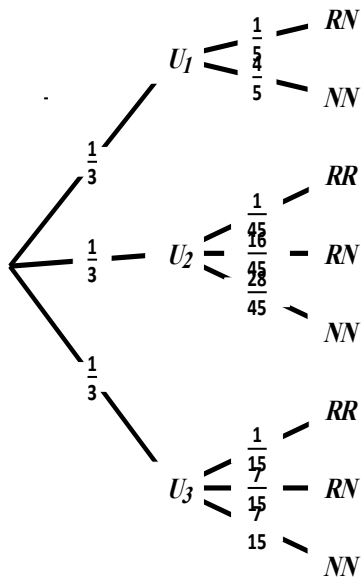
(ب) تحقق انه من اجل كل  $x \in ]1; +\infty[$  ؛  $h(x) = f(x-1) + 1$

(ت) اعط طريقة لتمثيل  $(C_h)$  باستعمال  $(C_f)$  ثم مثله في نفس المعلم

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي لمادة الرياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

محاوير الموضوع	عناصر الاجابة	العلامة	
		مجزأة	كاملة
التمرين الاول	(1) صحيح لان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{\ln x}{x}}{1 + \frac{\ln x}{x}} = 2$	01	04 ن
	(2) خطأ لأن يوجد عدد طبيعي $n$ حيث $n=1$ و $u_1 = \frac{1}{2}u_0 + 3 = \frac{9}{2}$ و $u_1 = 3\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 3$	01	
	(3) صحيح لان : $A = \int_{\frac{1}{2}}^1 -f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -\left[ e^x - \frac{e}{2}x^2 + \frac{1}{2}\ln^2 x \right]_{\frac{1}{2}}^1 + \left[ e^x - \frac{e}{2}x^2 + \frac{1}{2}\ln^2 x \right]_1^2$ $\approx 1,024ua$	01	
	(4) صحيح لان : من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f''(x) + \pi^2 f(x) = \frac{2\pi^2}{3\sqrt{3}} \cos \pi x - \frac{2\pi^2}{3} \sin \pi x + \pi^2 \left( -\frac{2}{3\sqrt{3}} \cos \pi x + \frac{2}{3} \sin \pi x \right)$ $= 0$	01	
التمرين الثاني:	(1) أ) $f'(x) = -\frac{3}{(x+1)^2}$ ، $f$ متناقصة تماما على $]-1; +\infty[$	0.5	05 ن
	جدول التغيرات	0.25	
	ب) انشاء $(C_f)$ و $(\Delta)$	0.5	
	ج) لدينا $x \in [0; 4]$ و الدالة $f$ متزايدة تماما على هذا المجال ومنه $0 \leq 4 \leq f(x) \leq \frac{8}{5} \leq 4$	0.25	
	(2) أ) تمثيل الحدود ، المتتالية غير رتيبة و متقاربة ب) البرهان بالتراجع	0.25+0.5 0.5	
(3) أ) $v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$ ، $(v_n)$ هندسية اساسها $q = -\frac{1}{3}$ وحدها الاول $v_0 = -1$	0.75		
ب) $v_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ ، $u_n = -2 + \frac{4}{1-v_n}$ ومنه $u_n = -2 + \frac{4}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$	0.5+0.25		

	0.25		$\lim u_n = 2 \quad (\text{ج})$ $S_n = (1-v_0) + (1-v_1) + (1-v_2) + \dots + (1-v_n)$ $= \frac{3}{4} \left( -\frac{1}{3} \right)^{n+1} + n + \frac{1}{3} \quad (4)$									
	0.5											
04 ن	2.25		$P(U_1) = P(U_2) = P(U_3) = \frac{1}{3} \quad (1)$ $P_{U_1}(NN) = \frac{C_9^2}{C_{10}^2}, P_{U_1}(RN) = \frac{C_1^1 \times C_9^1}{C_{10}^2}$ $P_{U_2}(RN) = \frac{C_2^1 \times C_8^1}{C_{10}^2}, P_{U_2}(RR) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2}$ $P_{U_2}(NN) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2}$ $, P_{U_3}(NN) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2}, P_{U_3}(RR) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2}$ $P_{U_3}(RN) = \frac{C_7^1}{C_{10}^2}$	التمرين الثالث:								
	0.25+0.25		$P(X = 2) = \frac{4}{135}, X(\Omega) = \{0; 1; 2\} \quad (2)$									
	0.5+0.25	<table border="1" data-bbox="351 1093 794 1303"> <thead> <tr> <th><math>x_i</math></th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{17}{27}</math></td> <td><math>\frac{46}{135}</math></td> <td><math>\frac{4}{135}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{17}{27}$	$\frac{46}{135}$	$\frac{4}{135}$	$E(X) = \frac{10}{27} \quad (\text{ب})$	
$x_i$	0	1	2									
$P(X = x_i)$	$\frac{17}{27}$	$\frac{46}{135}$	$\frac{4}{135}$									
	0.5		$P_{RR}(U_3) = \frac{135}{180} \quad (3)$									
07 ن	0.75	$\left[ 0; \frac{2}{3} \right] \text{ ومتناقصة تماما على } (1) \quad g'(x) = (-3x + 2)e^x$		التمرين الرابع:								
	0.5		$\left[ \frac{2}{3}; +\infty \right]$									
	0.5	$g(1,43) \approx -0.033, g(1,42) \approx 0,061 \text{ و } [1,42; 1,43]$	$g \text{ مستمرة ومتزايدة تماما على } [1,42; 1,43]$									
	0.5	$g(x) = 0 \text{ تقبل حل وحيد } \alpha \text{ حيث } 1,42 < \alpha < 1,43$	$\text{حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة } g(x) = 0$									
	0.5		$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad (1) \quad (\Pi)$									
	0.5		$C_f \text{ تقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما } y = 0 \text{ و } x = 0$									
	0.25		$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2} \quad (2) \quad (\text{أ})$									
	0.5	$]0; \alpha[ \text{ ومتناقصة تماما على } ]\alpha; +\infty[$	$g(x) \text{ ومنه متزايدة تماما على } ]\alpha; +\infty[$									

0.25	جدول تغيرات الدالة $f$	
0.5	$f(\alpha) = -3\alpha + 5$ ، $0.72 <$	
0.5	4) التمثيل البياني	
0.25	5) $f(x) = m^2$ حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيمات التي معادلاتها	
0.25	$y = m^2$	
0.5	$m = 0$ المعادلة تقبل حل واحد ، $[-\sqrt{f(\alpha)}; 0[ \cup ]\alpha; +\infty[$ ، $m \in ]-\sqrt{f(\alpha)}; 0[$ المعادلة تقبل حلين	
0.5	$m = \sqrt{f(\alpha)}$ او $m = -\sqrt{f(\alpha)}$ المعادلة تقبل حل مضاعف	
0.5	$m \in ]-\infty; -\sqrt{f(\alpha)}[ \cup ]\alpha; +\infty[$ المعادلة لاتقبل حلول	
0.25	6) أ) تبيان ان $h$ زوجية	
0.25	ب) ليكن $x \in ]1; +\infty[$ ، $h(x) = \frac{3x-3-2}{e^{x-1}-1} + 1 = \frac{3(x-1)-2}{e^{x-1}-1} + 1 = f(x-1) + 1$ ، $x \in ]1; +\infty[$	
0.25	ج) $(C_h)$ صورة $(C_f)$ بانسحاب شعاعه $\vec{u}_1$ على $]1; +\infty[$ وبقيّة $(C_h)$ التناظر بالنسبة لمحور	
0.5	الترتيب تمثيل $(C_h)$	