ثانويتي :بلـقاسمي علـي صحاريج
و حسيني لحلو زوزمان

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
دورة ماي 2021

اختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة : 3 ع ت

المدة : 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الاول :(4 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء مرقمة ب: 0، 1، 1، 2، 2 وخمس كريات خضراء مرقمة ب: 0،0، 1،2،2 .الكريات لا نفرق بينهما باللمس. نسحب عشوائيا و في أن واحد 4 كريات من هذا الكيس.

1- نعتبر الحوادث التالية :

A" الكريات المسحوبة من نفس اللون" ، B " الحصول على أربع كريات تحمل أرقاما يمكن أن تشكل العدد 2020

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها 4"

أ- أحسب احتمال الحادثتين AوB

ب- بين أن احتمال الحادثة C هو $P(C) = \frac{9}{35}$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام الظاهرة على الكريات المسحوبة

أ- عين قيم X ثم عرف قانون احتماله ب- أحسب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X ج- احسب $P(x^2 \leq 4)$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

1- (V_n)متتالية معرفة على N كما يلي: $V_n = \frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^n$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب - احسب $\lim_{n\to+\infty} V_n$

2- (U_n)متتالية معرفة بحدها الأول $U_0 = -\frac{2}{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n - \frac{1}{2}$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > -2$

ب- أدرس اتجاه تغيرالمتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n - V_n = -2$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$

د- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{U_1}{V_1} + \frac{U_2}{V_2} + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{U_n}{V_n}$

التمرين الثالث :(5 نقاط)

- حل في مجموعة الأعدد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$

- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث : $\|\vec{u}\|=2\,Cm$

نعتبر النقاط A، B و C التي لواحقها : $Z_A=2i$ ، $Z_B=\sqrt{3}+i$ ، $Z_C=\overline{Z_B}$ $Z_D=1-i$

1- أ- أكتب الاعدد المركبة Z_B، Z_C و Z_D على الشكل الأسي .

ب-عين مركز ونصف الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ثم أنشئ النقط A، B و C .

2- L عدد مركب حيث: $L=\frac{Z_DZ_B}{Z_C}$ أ- أكتب العدد L على الشكل الجبري .

ب- بين أن : $L=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ثم استنتج القيمة المضبوطة كل من $\sin\frac{\pi}{12}$ و $\csc\frac{\pi}{12}$.

3- لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقق : $iZ=-1+i\sqrt{3}+2ie^{i\theta}$ مع $\theta\in R$.

- عين طبيعة المجموعة (E) ثم أنشئها.

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ ب : $g(x)=1-x^2-\ln x$

1 - أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2-أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=3-x+\frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1-أ- احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ب- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ- بين أنه مل اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب-عين اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3-أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4- بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

5- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $0,3<\alpha<0,4$ و $3,3<\beta<3,4$

6- أرسم (Δ) و (T) ثم (C_f) .

7- ليكن m وسطيا حقيقيا ،عين قيم m التي من اجلها تقبل المعلادلة : $f(x)=-x+m$ حلين مختلفين .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

(U_n)متتالية معرفة بحدها الأول $U_0 = \frac{5}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = 1 - \frac{2}{U_n - 4}$

1 - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 < U_n < 3$

2- أ- بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{(2-U_n)(U_n-3)}{U_n-4}$

ب- حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة.

3- نعتبر المتتالية(v_n) المعرفة$\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{U_n-2}{U_n-3}$

ا – بين ان المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الاول v_0.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و أحسب $\lim_{x\to+\infty} U_n$

4- نعتبر المجموع S حيث :

$$S = eV_0 + e^2V_1 + e^3V_2 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + e^{2021}V_{2020}$$

بين أن : $S = \frac{2e}{-2+e}\left[1 - \left(\frac{e}{2}\right)^{2021}\right]$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 5 كريات خضراء و 4 كريات حمراء لا نفرق بينهما باللمس.

I- نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين في أن واحد .

1- أحسب احتمال الحوادث التالية :

«A» "الحصول على الكرتين من نفس اللون." «B» "الحصول على الكرتين من لونين مختلفين."

«C» "الحصول على كرة خضراء على الاقل ."

2- نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ- عين قيم X ثم عرف قانون احتماله . ب- أحسب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

II - نسحب الأن من الكيس كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة في المرة الأولى قبل سحب الكرة الثانية.

- أحسب احتمال الحادثتين A وB المعرفتين السؤال I - 1

التمرين الثالث :(5نقاط)

I - حل في مجموعة الأعدد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z: $Z^2 + 3Z + 3 = 0$

II- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

- نعتبر النقاط A، B و C التي لواحقها : $Z_A = -3$ ، $Z_B = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $Z_C = \overline{Z_B}$

1-أ- أكتب Z_A Z_B على الشكل الأسي.

ب- بين أن العدد $\left(\frac{Z_B}{\sqrt{3}}\right)^{2022}$ حقيقي.

2-أ- برهن أن : $Z_B - Z_A = e^{\frac{\pi i}{3}}(Z_C - Z_A)$ ثم استنتج أن B صورة C بتحويل نقطي يطلب تحديد عناصره المميزة.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC.

3- عين Z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;-2)\}$.

4- نعتبر (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{3}$.

أ- تحقق ان النقطة A تنتمي الى المجموعة (E) .

ب- عين طبيعة المجموعة (E).

<u>التمرين الرابع</u> (7نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + (x-2)e^{-x}$

1- أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

3- بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]0,44; 0,45[$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $[0, +\infty[$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (x-1)(1-e^{-x})$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي النسوب الى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و$\|\vec{j}\| = 4cm$

1- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2- أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x من$[0, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- بين أن: $f(\alpha) = \alpha + \frac{1}{\alpha - 2}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4-أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x + 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x - 1$

5- أرسم كلامن(Δ) و (C_f) .

6- نعتبر الدالة h المعرفة على R كمايلي : $h(x) = (|x| - 1)(1 - e^{-|x|})$ و(C_h) تمثيلها البياني.

أ)- أثبت أن الدالة h دالة زوجية.

ب)- إشرح كيف يمكن رسم المنحنى (C_h)إنطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أرسمه في المعلم السابق.