الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عينوش حجيلة - أحنيف

دورة ماي 2021

مديرية التربية لولاية البويرة

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : علوم تجريبية

المدة 3 ساعات و نصف

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات حمراء و 4 سوداء

و صندوق U_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و 1 كرية سوداء و 1 كرية زرقاء . جميع الكرات متماثلة.

1) نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي بدون إرجاع من الصندوق U_1.

أ) شكل شجرة الإحتمال المناسبة لهذه الوضعية . ب) احسب احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

جـ) احسب احتمال الحصول على كرية حمراء على الأقل .

2) نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1. وكرية واحدة من الصندوق U_2.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . ب) احسب أمله الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري

3) نضيف n كرية سوداء إلى الصندوق U_1. و n كرية حمراء إلى الصندوق U_2.

نسحب كرية واحدة من من الصندوق U_1. وكرية واحدة من الصندوق U_2.

لتكن A حادثة الحصول على كريتن من نفس اللون : - عين قيمة n حتى يكون $P(A)=\frac{3}{7}$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب Z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ) بين أنه إذا كان : Z_0 حلا للمعادلة $P(z)=0$ ، فإن $\overline{Z_0}$ حلا لها أيضا ($\overline{Z_0}$ مرافق Z_0)

ب) أحسب $P(-1)$ ، ثم بين أنه من أجل كل Z من $\mathbb{C}$: $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما . ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب .

نعتبر النقط A ، B و C والتي لواحقها على الترتيب $Z_A=-1$ ، $Z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $Z_C=2-i\sqrt{3}$.

أ) أحسب $|Z_C-Z_A|$ ، $|Z_B-Z_A|$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين Z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة : $\{(A;-1),(B;2),(C;2)\}$.

ج) أحسب طويلة وعمدة للعدد المركب $L=\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ ، ثم أكتب L على الشكل الأسي .

د) استنتج طبيعة المثلث GAC هـ) بين أن L^{2019} تخيلي صرف .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 2}{u_n^2 + 1}$.

1) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.

2) ادرس رتابة المتتالية (u_n) .

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . ما هي نهايتها ؟ .

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \frac{4}{5}(2 - u_n)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_n \leq (\frac{4}{5})^n$ ، ثم عين نهاية المتتالية (u_n) من جديد

التمرين الرّابع : (07 نقاط)

1) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{\ln x}{x} + e$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) أحسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

2) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + ex - e$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين نهايات الدالة f عند 0 و$+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T).

5) أرسم (T) و المنحنى (C_f).

6) h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = x\left[(\ln x)^2 + a\ln x + b\right]$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

أ) عين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$.

7) لتكن k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = e^{2x+1} + 2x^2 - e$.

أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا $k(x) = f(e^{2x})$.

ب) باستعمال مشتقة دالة مركبة عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

1) أ) عيـن الجذران التربيعيان للعدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3+4i$

ب) حـل فـي مجمـوعـة الأعـداد المركبـة $\mathbb{C}$ المعادلـة ذات المجهول المركبـة z : $(z^2+1)(z^2-3-4i)=0$

2) فـي المستـوي المركب المنسـوب إلـى معلـم متعامـد ومتجـانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبـر النقـط A ، B ، C ، D و E التـي لواحقها علـى الترتيب $z_A = 2+i$ ، $z_B = 2-i$ ، $z_C = i$ ، $z_D = -i$ و $z_E = -3i$ علـى الترتيب

أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

3) أ) عيـن العبارة المركبة للتشابة المباشر S الذي يحقق $S(C)=C$ و $S(A)=B$ محددا نسبته وزاويته

ب) عين صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه S

التمرين الثاني : (04 نقاط)

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمسابقة توظيف ، يسحب مترشح عشوائيا بالتتالي وبدون إرجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات ، 8 بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات وبطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية ؛ لايمكن التمييز بين البطاقات باللمس .

1) نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A هي الحادثة : "سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية".

B هي الحادثة : "سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين".

- احسب $P(A)$ و $P(B)$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

جـ) احسب الأمل الرياضي والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عـدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عـدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \dfrac{1}{e}$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن (u_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

3) (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = \frac{1}{2} + ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

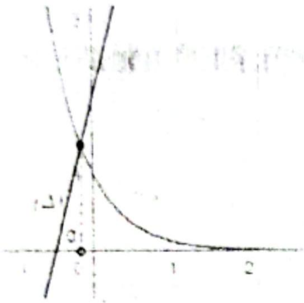
ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

جـ) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{1+lnu_1} + \frac{1}{1+lnu_2} + ... + \frac{1}{1+lnu_n}$.

التمرين الرّابع : (07 نقاط

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = 4x + 2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .



g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب) تحقق أن: $-0.16 < \alpha < -0.15$.

2) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

أ) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = e^{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) .

4- بين أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$.

5) أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \simeq 3.07$) .

6) أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له .

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متمايزين .

بالتوفيق للجميع.