$f(x) = e^{2x} - e^{x} - x - 2$

1 - أ - أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (نقبل أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^{x}} = 0$).

ب - بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن:

$f'(x) = (e^{x}-1)(2e^{x}+1)$.

جـ - ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

د - شكل جدول تغيرات الدالة f.

2 - (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]-\infty, 1[$.

أ - بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (d).

جـ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-2,11 < \alpha < -2,10$ و $0,81 < \beta < 0,82$

وفسر النتيجة هندسيا.

3 - أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C).

*

التمرين ② : الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^{x}-1}$.

(Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 - أ - أحسب $\lim_{x \to 0^{+}} f(x)$ و $\lim_{x \to 0^{-}} f(x)$ فسر النتيجتين هندسيا.

ب - أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2 - أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (Cf).

ب - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$f(x) = 2x - 2 + \frac{e^{x}}{e^{x}-1}$.

ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (Cf).

3 - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^{x} + 2}{(e^{x}-1)^{2}}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4 - مثل بيانيا كل من (Δ)، (Δ') و (Cf).

التمرين ③ :

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x) = 1 - xe^{x}$.

1 - أحسب $\lim_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x)$

(تعطى: $\lim_{x \to -\infty} xe^{x} = 0$).

2 - أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3 - أ - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1, +\infty[$.

ب - تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 2]$ بـ:

$f(x) = (x-1)e^{x} - x - 1$.

(Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 - أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

2 - بين أنه من أجل كل x من $]-\infty, 2]$:

$f'(x) = -g(x)$ واستنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty, 2]$ ثم شكل جدول لتغيرات الدالة f.

3 - بين أن $f(\alpha) = -(\alpha^{2}+1)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4 - أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (Cf) بجوار $-\infty$.

ب - أدرس وضعية (Cf) بالنسبة إلى (Δ).

ج - أ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$

ب - أنشئ (Δ) و (Cf).

التمرين الرابع:

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب- تحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f).