

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 نقاط) :

- (1) هل العددان 1439 و 532 متوافقان بتربيد 11 .
- (2) أ- عين باقي قسمة الأقليدية للعدد 4^5 على 11 .
ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^5 - 1 \equiv 0 [11]$
- (3) أ- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 1439 و 532 على 11 .
ب- بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $2 \times 532^{5^n} + 1439$ يقبل القسمة على 11
- (4) أ- تحقق أن $1990 \equiv -1 [11]$
ب- عين الأعداد الطبيعية n الأصغر 30 من بحيث $1990^{2^n} + n \equiv 0 [11]$

التمرين الثاني (6 نقاط) :

لتكن المتتالية (u_n) العددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $u_n = 4n - 3$

- (1) أحسب الحدود u_0 و u_1 و u_2 و u_3
- (2) بين ان المتتالية (u_n) حسابية و عين أساسها
- (3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (4) بين أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n) ما هي رتبته .
- (5) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
ب) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 150$

التمرين الثالث (8 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل من الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية :

- (1) إذا كان a عددا صحيحا حيث $a \equiv -1 [7]$ فإن
 - أ) $a \equiv 2 [7]$
 - ب) $a \equiv 6 [7]$
 - ج) $a \equiv 99 [7]$
- (2) باقي قسمة الاقليدية للعدد -47 على 5 هو
 - أ) -2
 - ب) 3
 - ج) 7

(3) مجموعة ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دائماً

(أ) عدد زوجي (ب) مضاعف للعدد 5 (ج) مضاعف للعدد 3

(4) (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 و حدها الأول 3 عبارة حدها العام هي

(أ) $v_n = 3 + 2n$ (ب) $v_n = 2 \times 3^n$ (ج) $v_n = 3n + 2$

(5) المتتالية (u_n) المعرفة بالعلاقة التراجعية التالية $u_{n+1} = u_n + 5$ هي متتالية

(أ) متزايدة (ب) متناقصة (ج) ثابتة

(6) القواسم الطبيعية للعدد 72 هي

(أ) $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$ (ب) $\{1; 2; 3; 5; 6; 8; 11; 36; 72\}$ (ج) $\{1; 36; 72\}$

انتهى الموضوع

مع تمنيات أساتذة المادة - بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2018

التصحيح المفصل لاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 نقاط) :

- (1) لدينا $1439 - 532 = 907$ وليس مضاعف للعدد 11 و منه العددين 1439 و 532 غير متوافقان بتزايد 11 .
 (2) أ- تعين باقي قسمة الأقليدية للعدد 4^5 على 11 لدينا $4^5 = 1024 = 11 \times 93 + 1$ و منه باقي قسمة 4^5 على 11 هو 1

ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $[11] \equiv 4^5 - 1 \equiv 0$ بما ان باقي قسمة 4^5 على 11 هو 1 فإن $[11] \equiv 4^5 \equiv 1$ و منه $[11] \equiv 4^5 - 1 \equiv 0$.

(3) أ- تعين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 1439 و 532 على 11:

$$[11] \equiv 1439 \equiv 9 \text{ و منه باقي قسمة } 1439 \text{ على } 11 \text{ هو } 9$$

$$\text{و } [11] \equiv 532 \equiv 4 \text{ و منه باقي قسمة } 532 \text{ على } 11 \text{ هو } 4 .$$

ب- تبين انه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $2 \times 532^{5n} + 1439$ يقبل القسمة على 11 لدينا $[11] \equiv 532 \equiv 4$

بالرفع الى قوى 5 نجد $[11] \equiv 4^5 \equiv 532^5$ و $[11] \equiv 4^5$ و منه $[11] \equiv 532^5 \equiv 1$ بالرفع الى قوى n نجد

$[11] \equiv 532^{5n} \equiv 1$ بالضرب في 2 نجد $[11] \equiv 2 \times 532^{5n} \equiv 2$ و لدينا $[11] \equiv 9 \times 1439$ و منه بالجمع نجد

$[11] \equiv 2 \times 532^{5n} + 1439 \equiv 11$ و $[11] \equiv 0$ و منه $2 \times 532^{5n} + 1439 \equiv 0$ هذا يعني ان

$2 \times 532^{5n} + 1439$ يقبل القسمة على 11 .

(4) أ- التحقق أن $[11] \equiv -1$ بما ان $1990 - (-1) = 1991$ مضاعف للعدد 11 فإن الموافقة $[11] \equiv -1$ صحيحة .

ب- تعين الأعداد الطبيعية n الأصغر 30 من بحيث $[11] \equiv 1990^{2n} + n \equiv 0$ لدينا $[11] \equiv -1$ بالرفع الى

قوى $2n$ (العدد الزوجي) نجد $[11] \equiv (-1)^{2n} \equiv 1$ أي ان $[11] \equiv 1990^{2n} \equiv 1$ بإضافة n نجد

$$[11] \equiv 1990^{2n} + n \equiv 1 + n \text{ و منه } [11] \equiv 1990^{2n} + n \equiv 0 \text{ يعني ان } [11] \equiv 1 + n \equiv 0 \text{ و منه نجد } \begin{cases} [11] \equiv -1 \\ [11] \equiv 0 \end{cases} \text{ و}$$

بالجمع نجد $[11] \equiv 10$ و منه القيم n المطلوبة الاقل من 30 هي 10 و 21 .

التمرين الثاني (6 نقاط) :

لتكن المتتالية (u_n) العددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $u_n = 4n - 3$

(1) حساب الحدود u_0 و u_1 و u_2 و u_3 بالتعويض نجد $u_0 = -3$ و $u_1 = 1$ و $u_2 = 5$ و $u_3 = 9$

(2) تبين ان المتتالية (u_n) حسابية

الطريقة 1: بما ان عبارة المتتالية (u_n) من الشكل $u_n = u_0 + nr$ فإن المتتالية حسابية أساسها $r = 4$ و

حدها الاول $u_0 = -3$

الطريقة 2 : نحسب $u_{n+1} = 4(n+1) - 3 = 4n + 1$ و بعدها الفرق

$$u_{n+1} - u_n = 4n + 1 - (4n - 3) = 4n + 1 - 4n + 3 = 4$$

. $r = 4$

(3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) لدينا $u_{n+1} - u_n = 4$ عدد موجب و منه المتتالية متزايدة

(4) تبين أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n) يعني انه يوجد عدد طبيعي n حيث $u_n = 2017$ أي ان

$$4n - 3 = 2017 \text{ و } 4n = 2020 \text{ أي ان } n = \frac{2020}{4} = 505 \text{ و منه محققة إذن } 2017 \text{ هو الحد ذو الرتبة } 506 .$$

(5) أ) حساب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ أي ان $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$ و منه

$$S_n = \frac{n+1}{2}(-3 + 4n - 3) = \frac{n+1}{2}(-6 + 4n)$$

ب) تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 150$: أي ان $(n+1)(-3 + 2n) = 150$ أي ان

$$2n^2 - n - 153 = 0 \text{ نحسب المميز } \Delta = 1 - 4(-153)(2) = 1225$$

$$\sqrt{\Delta} = 35 \text{ للمعادلة حلين هما } \begin{cases} n' = \frac{1+35}{2(2)} = \frac{36}{4} = 9 \\ n'' = \frac{1-35}{2(2)} = -\frac{34}{4} \end{cases}$$

الحل الطبيعي هو المقبول فقط أي ان $n = 9$

التمرين الثالث (8 نقاط)

تعيين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل من الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية :

(1) إذا كان a عددا صحيحا حيث $a \equiv -1[7]$ و لدينا $0 \equiv 7[7]$ بالجمع نجد $a \equiv 6[7]$ (او نقول بإضافة 7 نجد $a \equiv 6[7]$) و منه الاجابة الصحيحة هي ب)

(2) باقي قسمة الاقليدية للعدد -47 على 5 لدينا 3 عدد طبيعي و هو أقل من 5 و $-47 - 3 = -50$ مضاعف للعدد 5 و منه الباقي المطلوب هو 3 و منه الاجابة الصحيحة هي ب)

(3) مجموعة ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دائما : n عدد طبيعي $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$ و هي مضاعف للعدد 3 و منه الاجابة الصحيحة هي ج)

(4) (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 و حدها الاول 3 عبارة حدها العام هي $v_n = v_0 + nr = 3 + 2n$ و منه الاجابة الصحيحة هي أ)

(5) المتتالية (u_n) المعرفة بالعلاقة التراجعية التالية $u_{n+1} = u_n + 5$ يعني ان $u_{n+1} - u_n = 5$ الفرق موجب و منه المتتالية متزايدة الاجابة أ) الصحيحة

(6) القواسم الطبيعية للعدد 72 نحسب عددها لدينا $72 = 2^3 \times 3^2$ عدد القواسم هو $(3+1)(2+1) = 12$ و هي $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72\}$ الاجابة الصحيحة هي أ)