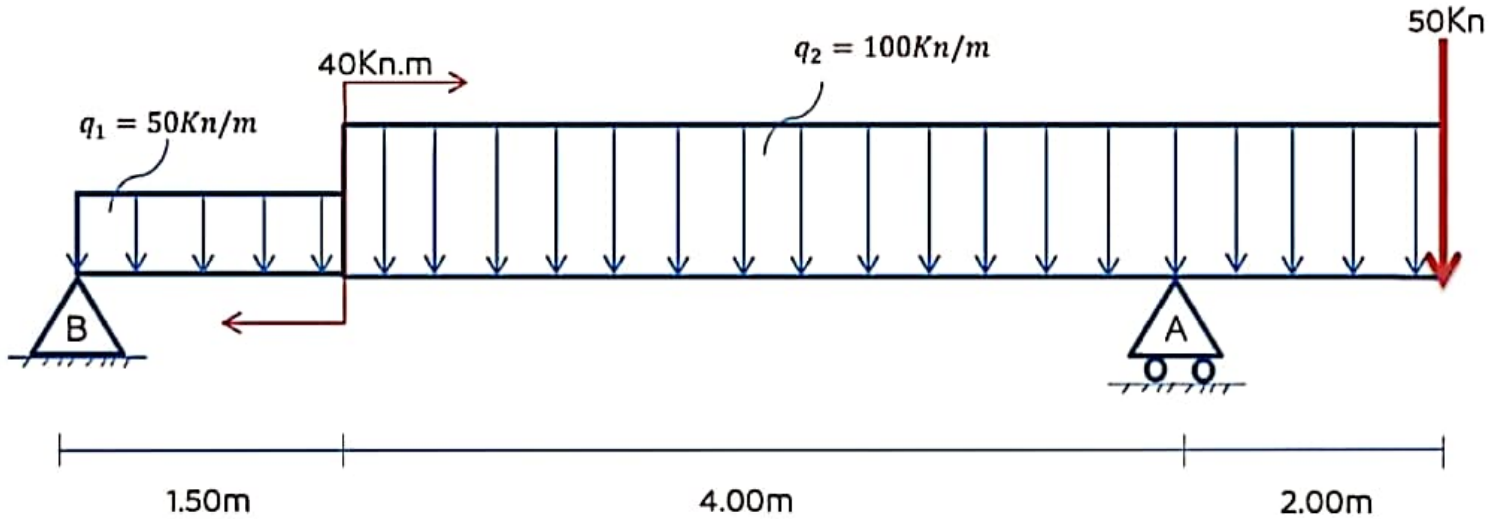


البكالوريا الأسبوعية  
رقم 01 في الهندسة  
المدنية :

من إعداد : ش. عبد الجليل (ط.كلية علوم و تكنولوجيا) مقتطف من كتاب سبيلك للنجاح للهندسة المدنية و اختبارات فصلية.

التمرين الأول :

رافدة معدنية معرضة لحمولتين موزعتين بانتظام تستند على مسند بسيط A و مسند مزدوج B :

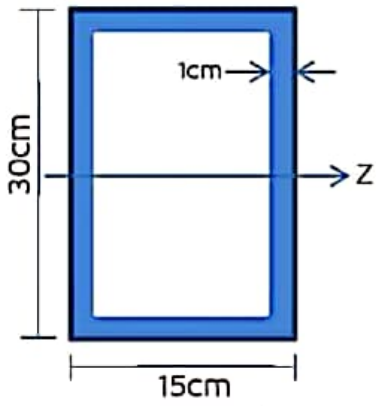
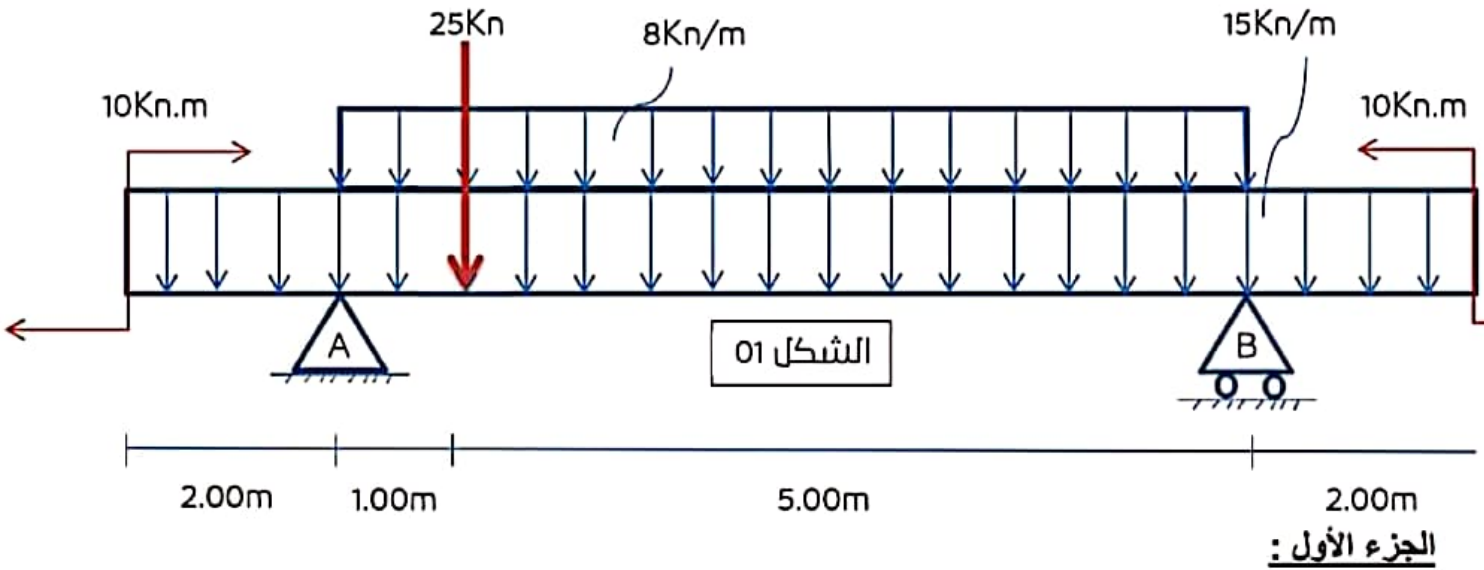


- 1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B .
  - 2- أكتب معادلات الجهد القاطع  $T(x)$  و عزم الإنحناء  $M(x)$  على طول الرافدة مع رسم المنحنى البياني لهما باختيار سلم الرسم المناسب .
  - 4- إستنتج  $T_{max}$  و  $M_{fmax}$  .
  - 5- إذا كانت الرافدة المعدنية على شكل مجنب IPE حدد نوع المجنب المناسب .
- علما أن  $M_{fmax} = 300Kn.m$  والإجهاد الناظمي المسموح به :  $\bar{\sigma} = 1600dan/cm^2$

S (cm <sup>2</sup> )	$W_{xx} = \frac{I_{xx}}{V}$	e (mm)	a (mm)	b (mm)	h (mm)	IPE
39.1	324	9.8	6.2	120	240	240
45.9	429	10.2	6.6	135	270	270
53.8	557	10.7	7.1	150	300	300
62.6	713	11.5	7.5	160	330	330
73.7	904	12.7	8	170	360	360
84.5	1160	13.5	8.6	180	400	400
98.8	1500	14.6	9.4	190	450	450
116	1930	16	10.2	200	500	500
134	2240	17.2	11.1	210	550	550
156	3070	19	12	220	600	600

## التمرين الثاني :

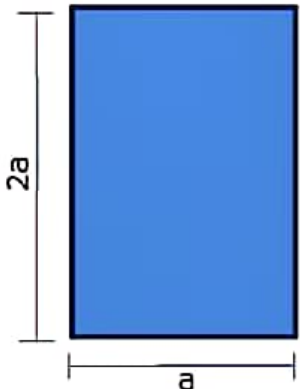
رافدة فولاذية ذات مقطع مستطيل مفرغ (الشكل 02) مستندة الى مسندين A مزدوج و B بسيط و خاضعة لجملة من القوى (الشكل 01) :



الشكل 02

- 1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B .
- 2- أكتب معادلات الجهد القاطع  $T(x)$  و عزم الإنحناء  $M(x)$  .
- 3- أحسب نقاط تقاطع  $M_f$  مع محور الفواصل .
- 4- أرسم منحنيات الجهد القاطع  $T(x)$  و عزم الإنحناء  $M(x)$  بإختيار سلم الرسم المناسب .
- 5- إستنتج  $T_{max}$  و  $M_{fmax}$  .
- 6- أحسب عزم العطالة للمقطع المفرغ بالنسبة للمحور الأفقي Z .
- 7- أحسب قيمة الإجهاد الناظمي  $\sigma_{max}$  علما أن  $M_{fmax} = 96.38Kn.m$

الجزء الثاني: نريد إستبدال الرافدة المفرغة (في الشكل 02) برافدة مملوءة -شكل 03-



الشكل 03

- 1- أكتب عبارة عزم العطالة للشكل الجديد بدلالة a .
- 2- أكتب عبارة الإجهاد الناظمي  $\sigma_{max}$  بدلالة a .
- 3- إعتمادا على السؤال 2- أوجد البعد a .

تعطى :  $\bar{\sigma} = 1600dan/cm^2$  و  $M_{fmax} = 96.38Kn.m$

حاولو فيه هاته التمارين . سنرفع الحل قريبا .

سبيك للنجاح في الهندسة المدنية

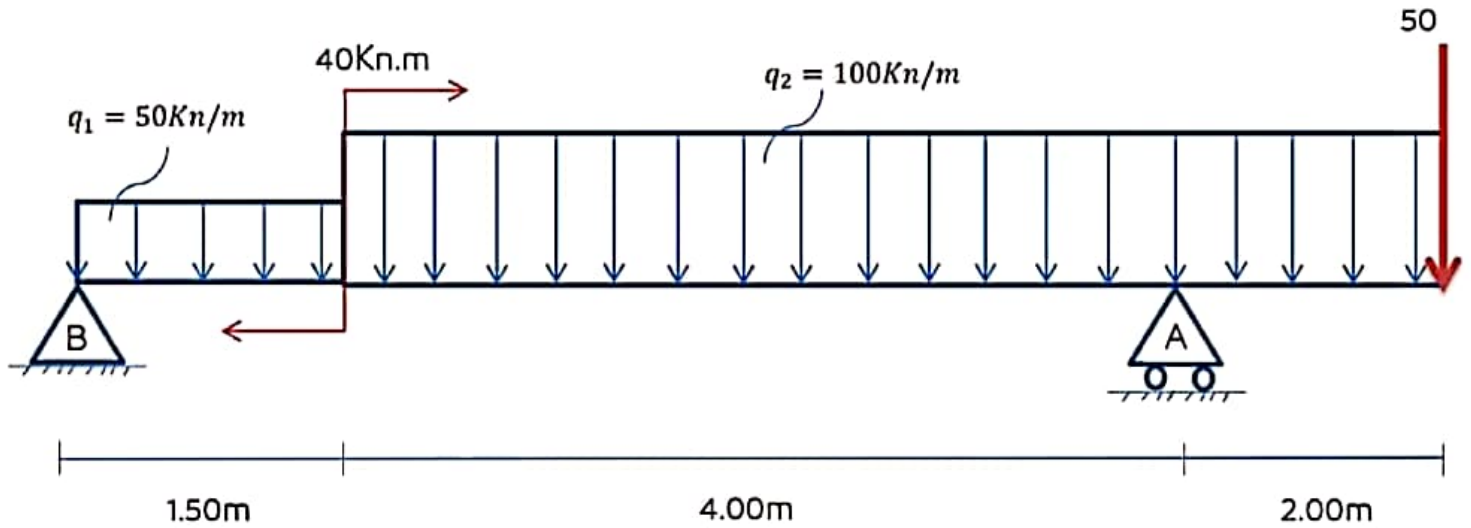
GC\_Abdeljalil

سبيك للنجاح في الهندسة المدنية

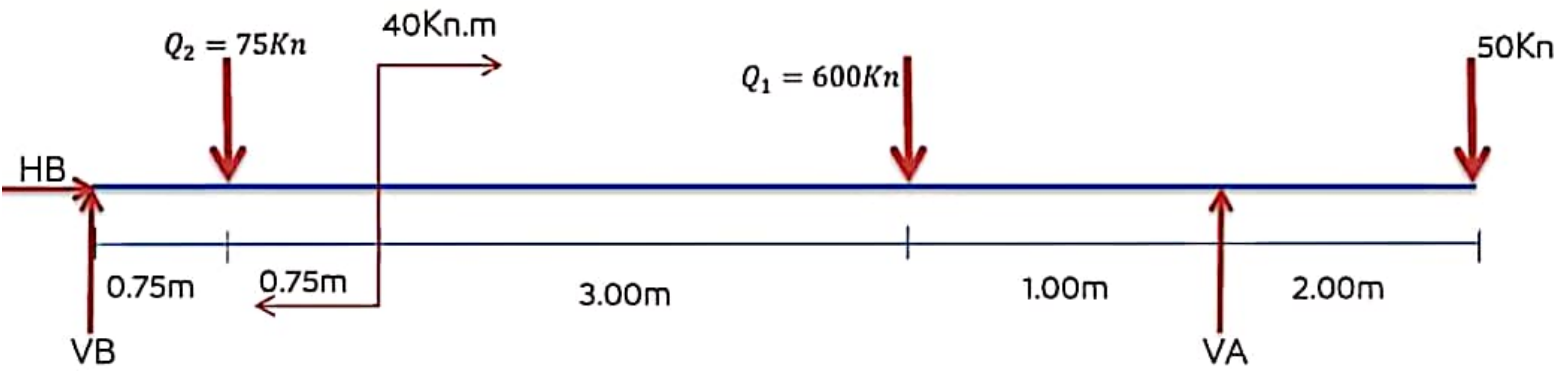
حل البكالوريا الأسبوعي  
رقم 01 في الهندسة  
المدنية :

من إعداد : ش. عبد الجليل (ط. كلية علوم و تكنولوجيا) مقتطف من كتاب سبيلك للنجاح للهندسة المدنية و اختبارات فصلية.

حل التمرين الأول :



أولا نقوم بحساب ردود الأفعال :  
يمكن أن نقوم بتبسيط الشكل : (لتسهيل الحساب)



$$\Sigma F_{/x}=0 \Rightarrow H_B=0$$

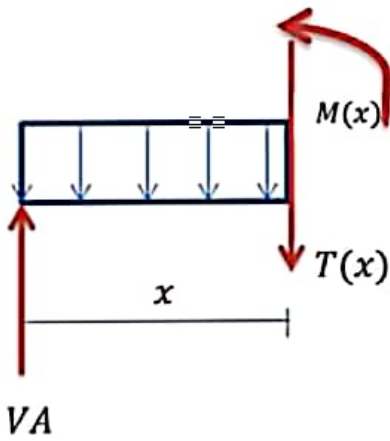
$$\Sigma F_{/y}=0 \Rightarrow V_A+V_B -75-600-50=0 \Rightarrow V_A+V_B = 725 \text{ KN}$$

$$\Sigma M_{/A}=0 \Rightarrow 75 \times 0.75 + 40 + 600 \times 4.5 - 5.5 \times V_A + 50 \times 7.5 = 0 \Rightarrow V_B = 148.41 \text{ KN}$$

$$\Sigma M_{/B}=0 \Rightarrow 50 \times 2 - 600 \times 1 + 40 - 75 \times 4.75 + 5.5 \times V_B \Rightarrow V_A = 576.59 \text{ KN}$$

2- معادلات الجهد القاطع و عزم الإحناء :

القسط الأول من اليسار :  $0 \leq x \leq 1.5$

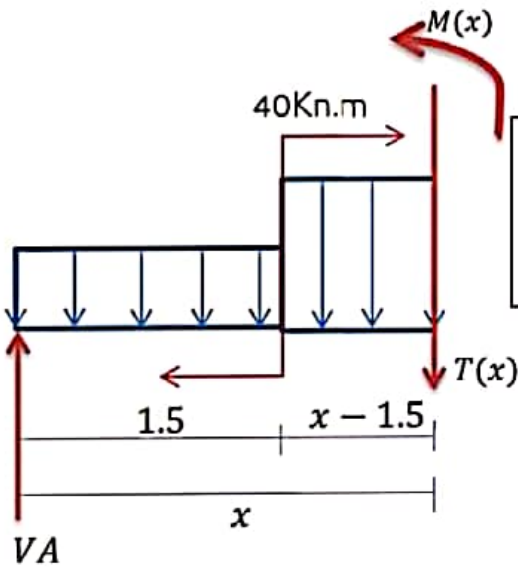


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -T(x) + 148.41 - 50x = 0 \Rightarrow T(x) = -50x + 148.41$$

$$\Sigma M_{/I-1} = 0 \Rightarrow -M_I(x) - 50x^2/2 + 148.41x = 0 \Rightarrow M_I(x) = -25x^2 + 148.41x$$

X (m)	0	1.5
T(x) (KN)	148.41	73.41
M <sub>I</sub> (x) (KN.m)	0	166.36

القسط الثاني من اليسار :  $1.5 \leq x \leq 5.5$



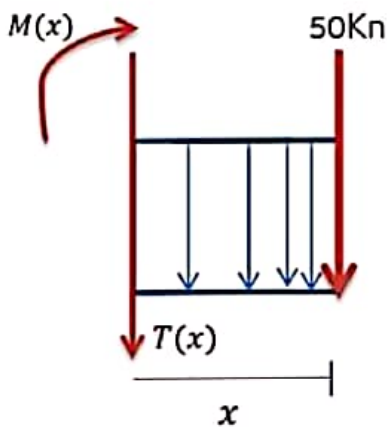
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T(x) - 148.41 - 75 - 100(x - 1.5) \Rightarrow T(x) = -100x + 223.41$$

$$\Sigma M_{/2-2} = 0 \Rightarrow M_I(x) - 148.41x - 75 \cdot (x - 0.75) + 40 - 50(x - 1.5)^2 \Rightarrow$$

$$M_I(x) = -50x^2 + 223.41x - 16.25$$

X (m)	1.5	2.23	5.5
T(x) (KN)	73.41	0	-326.59
M <sub>I</sub> (x) (KN.m)	206.36	233.31	-300

القسط الثالث من اليمين :  $0 \leq x \leq 2$



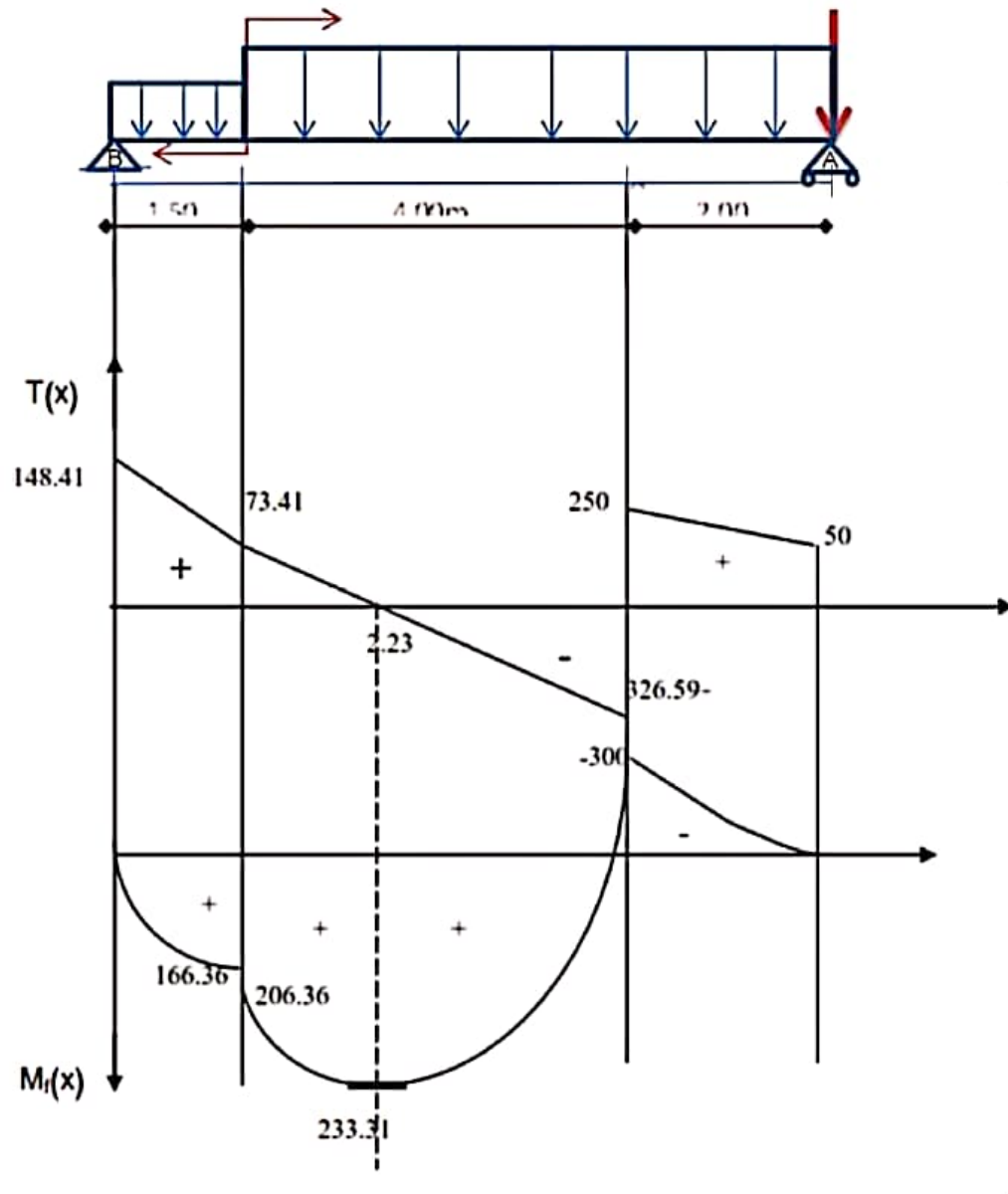
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T(x) - 50 - 100x = 0 \Rightarrow T(x) = -100x + 50$$

$$\Sigma M_{/3-3} = 0 \Rightarrow M_I(x) + 50x^2 + 50x = 0 \Rightarrow M_I(x) = -50x^2 - 50x$$

X (m)	0	2
T(x) (KN)	50	250
M <sub>I</sub> (x) (KN.m)	0	-300

لا تنسى زيارتنا في :  
 صفحتنا و مجموعتنا : سبيك للنجاح في الهندسة المدنية  
 قناتنا سبيك للنجاح في الهندسة المدنية .  
 الإنستغرام : gc\_abdeljalil

3- تمثيل المنحنيين :



4- استنتاج القيم العظمى : من البيان (ملاحظة نأخذ أكبر عدد بدون إشارة سواءا سالب أو موجب)

$$M_{fmax} = 300kn.m \quad T_{max} = 326.56Kn$$

5- استنتاج المجنب :

من شرط المقاومة لدينا :

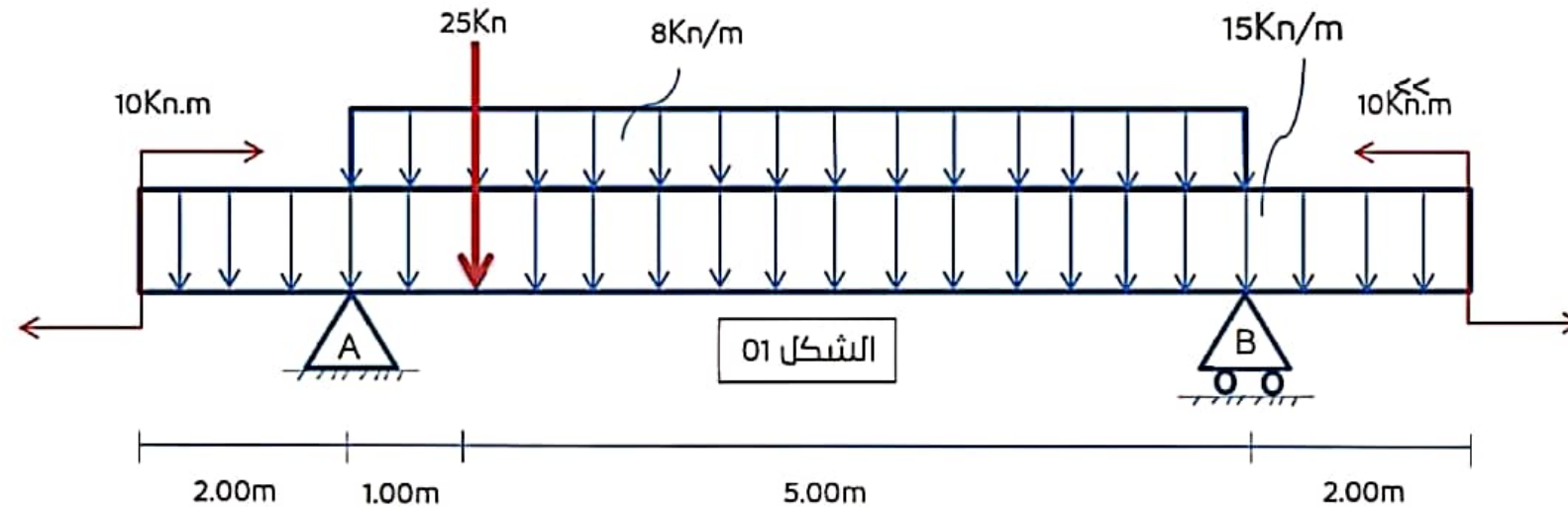
$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma} \rightarrow \frac{M_{fmax}}{W_{xx'}} \leq \bar{\sigma} \rightarrow W_{xx'} \geq \frac{M_{fmax}}{\bar{\sigma}} \rightarrow W_{xx'} \geq \frac{300 \times 10^4}{1600}$$

$$\rightarrow W_{xx'} = 1875cm^3$$

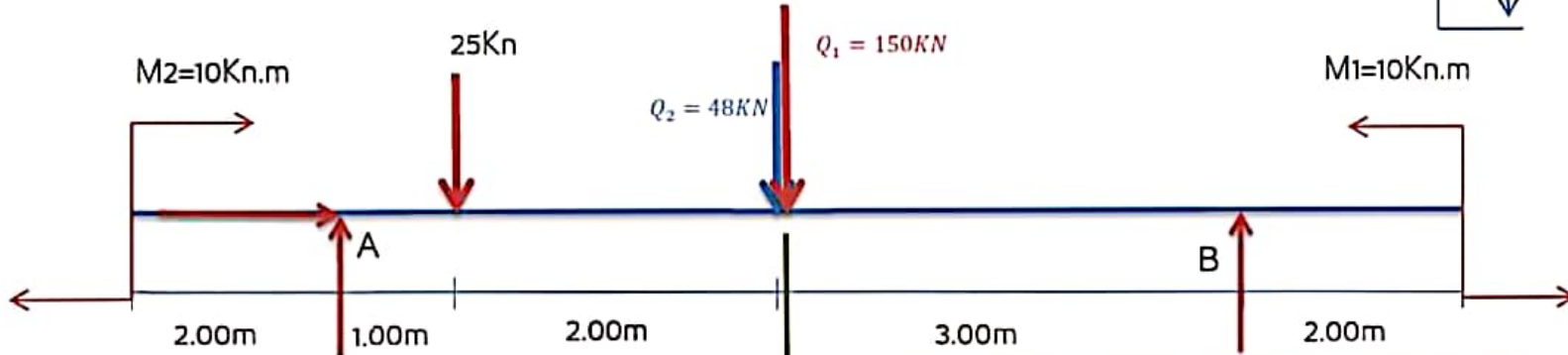
قمنا بالضرب في  $10^4$   
للتحويل من Kn الى daN

في حال لم تفهم أي شيء يرجى زيارتنا في مجموعتنا سبيلك للنجاح في الهندسة المدنية  
لاتنسى الاشتراك في قناتنا تحتوي دروس و تمارين في الهندسة المدنية .  
شكرا لكم لمتابعتنا دائما . (القناة و الصفحة و المجموعة تحمل نفس الاسم)

حل التمرين الثاني :



حساب ردود الأفعال : يمكن تبسيط الشكل حتى لا يبدو معقدا .



نقوم بتركيز القوى الموزعة على شكل قوة واحدة في منتصف (القوى الموزعة و ليس الرافدة)  
 $Q = q.l$

$$\sum F_{/x} = 0 \rightarrow HA = 0 \text{ Kn}$$

$$\sum F_{/y} = 0 \rightarrow VA + VB - Q_2 - Q_1 - 25 \rightarrow VA + VB = 223 \text{ Kn}$$

$$\sum M_{/A} = 0 \rightarrow -6VB - M_1 + (Q_1 + Q_2) \times 3 + (25 \times 1) + M_2 = 0 \rightarrow VB = \frac{619}{6}$$

$$= 103.17 \text{ Kn} \quad \sum M_{/B} = 0 \rightarrow 6VA + M_2 - (25 \times 5) - (Q_1 + Q_2) \times 3 - M_1 = 0$$

$$\rightarrow VA = \frac{719}{6} = 119.83 \text{ Kn}$$

لا تنسى زيارتنا في :

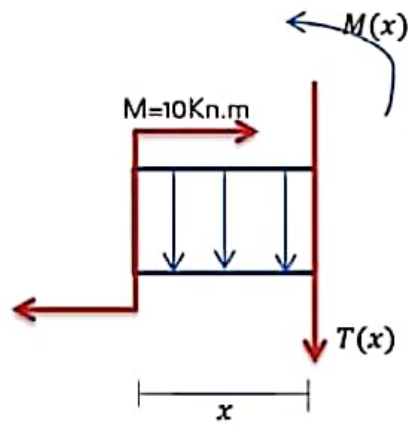
صفحتنا و مجموعتنا : سبيلك للنجاح في الهندسة المدنية

قناتنا سبيلك للنجاح في الهندسة المدنية .

الإنستغرام : gc\_abdeljalil

كتابة معادلات الجهد القاطع و عزم الإنحناء :

القطع الأول من اليسار  $0 \leq x \leq 2$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow -T(x) - q \cdot x = 0 \rightarrow T(x) = -15x$$

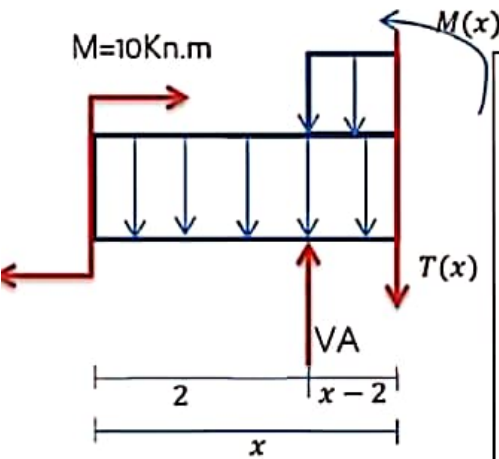
$$\sum M_{/G} = 0 \rightarrow -M(x) + M - 15 \times \frac{x}{2} = 0 \rightarrow M(x) = -7.5x^2 + 10$$

$$\begin{cases} T(0) = 0 \\ T(2) = -30 \text{Kn} \end{cases} \quad \begin{cases} M(0) = 10 \text{Kn.m} \\ M(2) = -20 \text{Kn.m} \end{cases}$$

لأن  $M$  تغير اشارتها

نقط تقاطع  $M$  مع محور الفواصل :  $M(x) = 0 \rightarrow -7.5x^2 + 10 = 0 \rightarrow x \approx 1.15 \text{m}$

القطع الثاني من اليسار  $2 \leq x \leq 3$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow -T(x) + VA - q_1 \cdot x - q_2 \times (x - 2) = 0$$

$$\rightarrow T(x) = -15x - 8(x - 2) + VQ = -15x - 8x + 16 + 119.83 = -23x + 135.83$$

$$\sum M_{/G} = 0 \rightarrow -M(x) + M - (15 \times \frac{x^2}{2}) - (8 \times \frac{(x-2)^2}{2}) + VA(x-2) = 0$$

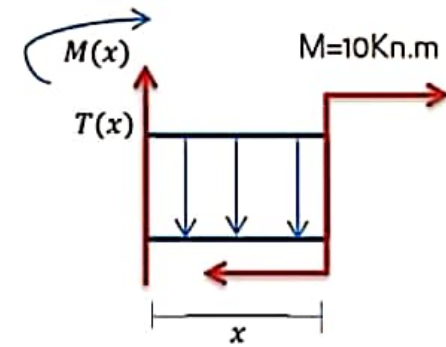
$$\rightarrow M(x) = 10 - 7.5x^2 - 4(x^2 - 4x + 4) + 119.83x - 239.66$$

$$\rightarrow M(x) = -11.5x^2 + 135.83x - 245.66$$

$$\begin{cases} T(2) = 89.83 \text{Kn} \\ T(3) = 66.83 \text{Kn} \end{cases} \quad \begin{cases} M(2) = -20 \text{Kn.m} \\ M(3) = 58.33 \text{Kn.m} \end{cases}$$

نقط تقاطع  $M$  مع محور الفواصل :  $M(x) = 0 \rightarrow 11.5x^2 + 135.83x - 245.66 = 0$   
 $\rightarrow x = 2.23 \text{m}$

القطع الثالث من اليمين  $0 \leq x \leq 2$  حتى نسهل العمل أكثر



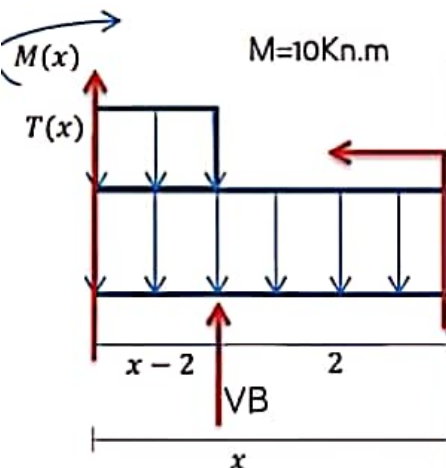
$$\sum F_y = 0 \rightarrow -T(x) + q \cdot x = 0 \rightarrow T(x) = 15x$$

$$\sum M_{/G} = 0 \rightarrow M(x) - M + 15 \times \frac{x}{2} = 0 \rightarrow M(x) = -7.5x^2 + 10$$

$$\begin{cases} T(0) = 0 \\ T(2) = 30 \text{Kn} \end{cases} \quad \begin{cases} M(0) = 10 \text{Kn.m} \\ M(2) = -20 \text{Kn.m} \end{cases}$$

نقط تقاطع  $M$  مع محور الفواصل :  $M(x) = 0 \rightarrow -7.5x^2 + 10 = 0 \rightarrow x = 1.15 \text{m}$

القطع الرابع من اليمين  $2 \leq x \leq 7$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow -T(x) - VB + q_1 \cdot x + q_2 \times (x - 2) = 0$$

$$\rightarrow T(x) = 15x + 8(x - 2) - VB = -15x - 8x + 16 + 103.17 = 23x - 119.17$$

$$\sum M_{/G} = 0 \rightarrow M(x) - M + (15 \times \frac{x^2}{2}) + (8 \times \frac{(x-2)^2}{2}) - VB(x-2) = 0$$

$$\rightarrow M(x) = 10 - 7.5x^2 - 4(x^2 - 4x + 4) + 103.17x - 206.34 \rightarrow M(x) = -11.5x^2 + 119.17x - 212.34$$

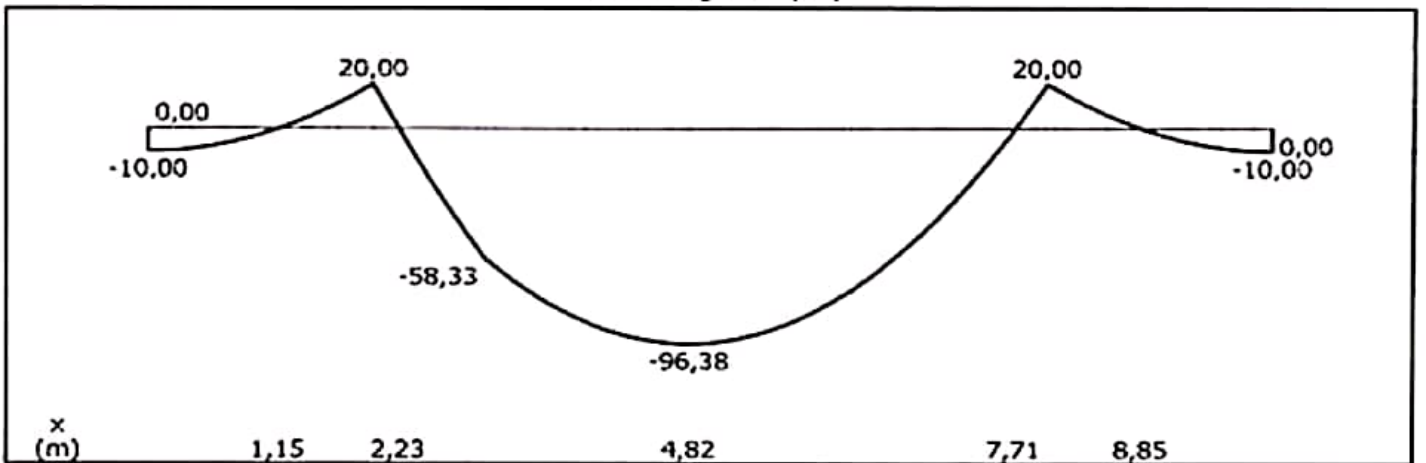
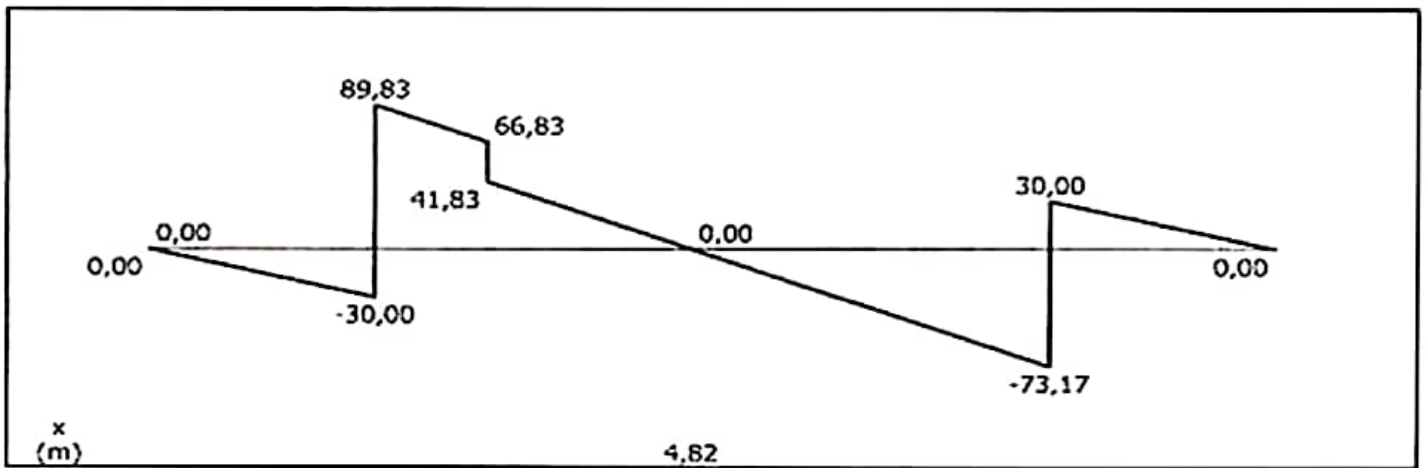
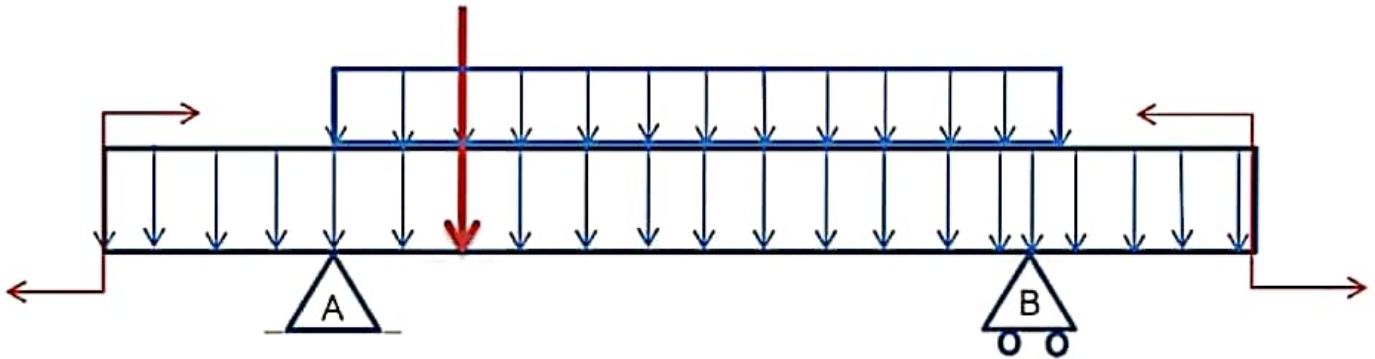
$$\begin{cases} T(2) = -73.17 \text{Kn} \\ T(7) = 41.83 \text{Kn} \end{cases} \quad \begin{cases} M(2) = -20 \text{Kn.m} \\ M(7) = 58.35 \text{Kn.m} \end{cases}$$

نقط تقاطع  $M$  مع محور الفواصل :  $M(x) = 0 \rightarrow -11.5x^2 + 119.17x - 212.34 = 0$   
 $\rightarrow x = 2.28 \text{m}$

بما أن T في القطع الرابع تغير إشارتها معناه أنه توجد ذروة :  
إيجاد فاصلة الذروة :

$$23x - 116.17 = 0 \rightarrow x = \frac{119.17}{23} = 5.181$$

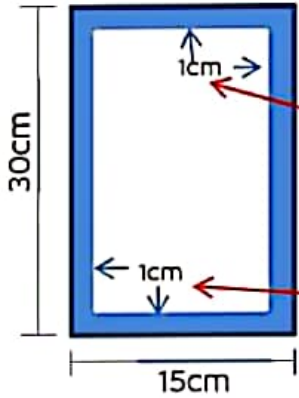
ثم نقوم بالتعويض :  $M(5.181) = 96.388$  تنبيه نقوم بالتعويض في  $M(x)$  الخاصة بالمقطع الرابع .  
رسم المنحنيات :





## إستنتاج $M_{fmax}$ و $T_{max}$ :

$$M_f(max) = 96.38 \quad T_{max} = 89.83$$



حساب عزم العطالة للمقطع المفرغ :  
نضع :  $I_{z1}$  هو عزم العطالة للمقطع كاملا . و  $I_{z2}$  للمقطع الداخلي الذي باللون الأبيض  
و نحن نريد حساب  $I_z$  التي باللون الأزرق .  
ومنه :

$$I_z = I_{z1} - I_{z2} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \times 30^3}{12} - \frac{(15 - 2) \times (30 - 2)^3}{12}$$

نقوم بإنقاص 2سم من الطول و من العرض .

نقوم بإحتساب كلا الجانبين .

$$I_z = 9968.667 \text{ cm}^2$$

حساب الإجهاد الناظمي :

$$\sigma = \frac{M_{zmax} \times y}{I_z} = \frac{96.38 \times 10^4 \times 15}{9968.667} = 1450.24 \text{ daN/cm}^2$$

قمنا بالتحويل من KN الى daN .

الجزء الثاني :

1- عبارة عزم العطالة للمقطع بدلالة  $a$  :

$$I_z = \frac{a \times (2a)^3}{12} = \frac{8a^4}{12} = \frac{2a^4}{3}$$

2- عبارة الإجهاد الناظمي بدلالة  $a$  :

$$\sigma = \frac{M_{fmax} \times y}{I_z} = \frac{M_{fmax} \times a}{\frac{2a^4}{3}} = \frac{M_{fmax} \times 3}{2a^3}$$

حساب البعد الجديد  $a$  : حسب قانون شرط المقاومة :

$$\sigma = \frac{M_{fmax} \times 3}{2a^3} \leq \bar{\sigma} \rightarrow a^3 \geq \frac{M_{fmax} \times 3}{2\bar{\sigma}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{M_{fmax} \times 3}{2\bar{\sigma}}}$$

$$\rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{96.38 \times 10^4 \times 3}{2 \times 1600}} \rightarrow a = 9.66 \rightarrow a = 10 \text{ cm}$$

BAC 2020

سبيلك للنجاح في الهندسة المدنية

لا تنسى الإشتراك في قناتنا على اليوتيوب سبيلك للنجاح في الهندسة المدنية