حل التمرين الشامل في المتتالية الحسابية

(U_n) متتالية حسابية معرفة بعبارة حدها العام: $U_n = 4n - 3$

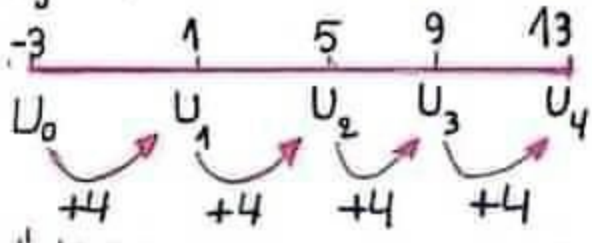
① حساب الحدود:

$U_0 = 4(0) - 3 \Rightarrow U_0 = \boxed{-3}$

$U_1 = 4(1) - 3 \Rightarrow U_1 = \boxed{1}$

$U_2 = 4(2) - 3 \Rightarrow U_2 = \boxed{5}$

$U_3 = 4(3) - 3 \Rightarrow U_3 = \boxed{9}$



② حساب الحد الرابع عشر للمتتالية

* المتتالية (U_n) بدأت من U_0 فإذن الحد الرابع عشر هو U_{13}

من U_0 إلى U_{13}

لدينا 14 عشر حد

$U_{13} = 4(13) - 3 = \boxed{49}$

③ دراسة تغيرات المتتالية (U_n)

* حدود المتتالية متزايدة ← نخمن أنه المتتالية متزايدة

* نحسب أساس المتتالية (U_n)

$U_{n+1} - U_n = 4$

* أي نطرح حدين متتابعين = الأساس

يعطينا

$U_n = 4n - 3$

لدينا:

• نعوض n بـ $(n+1)$ مع ضرورة وضع القوسين

$U_n = 4n - 3$ ①

$U_{n+1} = 4(n+1) - 3$

• نقوم بالنشر والتبسيط:

$U_{n+1} = 4n + 4 - 3$

$\boxed{U_{n+1} = 4n + 1}$

• نعوض في القانون:

$U_{n+1} - U_n =$

$(4n+1) - (4n-3)$

إشارة $-$ تدخل على القوس تغير إشارته

سالب = $-$(موجب)

موجب = $-$(سالب)

$= 4n + 1 - 4n + 3$

$= 4$

$\boxed{U_{n+1} - U_n = 4}$

ومنه $r = 4$ أي ان اساس المتتالية هو 4 وبما أن الاساس موجب فإن المتتالية متزايدة

• هل العدد 234 حد من حدود المتتالية

نضع عبارة المتتالية أي $U_n = 234$ تساوي العدد 234 ونحل المعادلة ذات المجهول n ← يلزم n ينتمي عدد طبيعي

$U_n = 234 \rightarrow 4n - 3 = 234$

$4n = 234 + 3 \quad 4n = 237$

$n = \frac{237}{4} = 59{,}25$

ليس عدد طبيعي ومنه العدد 234 ليس حد من حدود المتتالية

• حساب المجموع S_n:

$S_n = U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{45}$

$S_n = \frac{\text{عدد الحدود}}{2} (\text{الحد الاول} + \text{الحد الاخير})$

عدد الحدود = دليل الحد الاول − دليل الحد الاخير + 1

عدد الحدود $= 45 - 2 + 1$

عدد الحدود $= 44$

الحد الاول U_2

$U_2 = 5$

الحد الاخير U_{45}

$U_{45} = 177$

$S_n = \frac{44}{2} (U_2 + U_{45})$

$S_n = \frac{44}{2} (5 + 177)$

(2)

$S_n = 4004$

عفسة ضبر 1

(U_n) متتالية حسابية معرفة بالحدين

$U_{25} = 97 \quad U_{16} = 61$

• حساب الاساس و الحد الاول

كي يعطيلنا متتالية نحدين كيما هذا التمرين ← ساهلة ماهلة نكتبو الحد الاكبر بدلالة الحد الاصغر نستعملو عبارة الحد العام لمتتالية حسابية

$U_n = U_p + (n - p) r$

الحد الاكبر U_{25} والحد الاصغر U_{16}

$U_{25} = U_{16} + (25 - 16) r$

$n = 25 \quad p = 16$

$U_{25} = U_{16} + (25-16)r$

$U_{25} = U_{16} + 9r$

أي: $U_{25} - U_{16} = 9r$

أي: $97 - 61 = 9r$

$36 = 9r \rightarrow r = \frac{36}{9}$

الأساس هو: $\boxed{r = 4}$

• حساب U_0: نطبق نفس الطريقة

• نكتب أحد الحدين U_{16} أو U_{25} بدلالة U_0

$U_{16} = U_0 + (16-0)r$

$U_{16} = U_0 + 16r$

$61 = U_0 + 16(4)$

$61 = U_0 + 64$

$U_0 = 61 - 64$

$\boxed{U_0 = -3}$

ومنه: $\boxed{U_0 = -3 \text{ و } r = 4}$

تمرين 2

(U_n) متتالية حسابية معرفة بالعبارتين

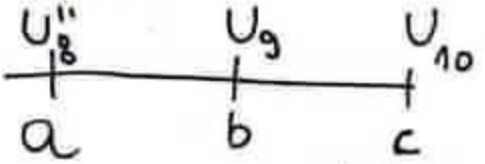
$\begin{cases} U_8 + U_{10} = 66 \\ U_8 + U_9 = 62 \end{cases}$

• كي يعطيلنا متتالية معرفة بهذا التكامل تخمو اخدموا بالوسط الحسابي

يمكن نعاونو فيه حل التفسخ

*لدينا $\begin{cases} U_8 + U_9 = 62 \quad -① \\ U_8 + U_{10} = 66 \quad -② \end{cases}$

• هنا نقدروا نطبقوا الوسط الحسابي



*الوسط الحسابي:

$a + c = 2b$

$\boxed{U_8 + U_{10} = 2U_9}$

ولدينا أيضا $U_8 + U_{10} = 66$

صفناه: $2U_9 = 66$

$U_9 = \frac{66}{2}$ $\boxed{U_9 = 33}$

• نعوضوا قيمة U_9 في المساواة ①

$U_8 + U_9 = 62$

$U_8 + 33 = 62$

$\boxed{U_8 = 29}$

3

• استنتاج قيمة الاساس r:

لدينا: $U_8 = 29$ $U_9 = 33$

لايجاد الاساس: نطرح حدين متتابعين

$U_9 - U_8 = 33 - 29 = 4$

$\boxed{r = 4}$

• ايجاد U_0: نكتب احد الحدين وليكن U_9 بدلالة U_0،

$U_n = U_p + (n-p)r$

$U_9 = U_0 + (9-0)r$

أي: $33 = U_0 + 9(4)$

$33 = U_0 + 36$ $\boxed{U_0 = -3}$

• كتابة عبارة الحد العام U_n بدلالة n

$U_n = U_p + (n-p)r$

$U_n = U_0 + (n-0)r$

$U_n = -3 + (n-0)4$

$\boxed{U_n = 4n - 3}$

* عفسة نمبر 3 *

(U_n) متتالية حسابية معرفة بالعبارة

$U_{20} + U_{21} + U_{22} = 243$

حساب U_0:

• كي يعطيلنا متتالية معرفة بمجموع 3 حدود متتابعة ويطلب مناصاب أوسطهم ← نغيرو الوسط الحسابي

• لازم نغيرو ترتيب قبل تطبيق الوسط الحسابي

لدينا: $U_{20} + U_{21} + U_{22} = 243$

نؤي ↓ هكذا

نصبح: $U_{20} + U_{22} + U_{21} = 243$

(4)

• هنو زوج نطبق عليهم الوسط الحسابي

نصبح: $U_{20} + U_{22} = 2U_{21}$

صناده

$2U_{21} + U_{21} = 243$

أي: $3U_{21} = 243$

$U_{21} = \frac{243}{3}$ $\boxed{U_{21} = 81}$

حساب U_0:

علماأنه $U_{20} + U_{21} = 158$

لدينا: $U_{21} = 81$

$U_{20} + 81 = 158$

أي $U_{20} = 158 - 81$

$\boxed{U_{20} = 77}$

• استنتاج قيمة الاساس r:

لدينا: $U_{21} = 81$ $U_{20} = 77$

• لإيجاد الأساس : نطرح حدين متتابعين

$U_{21} - U_{20} = 81 - 77 = 4$

$\boxed{r = 4}$

• لإيجاد قيمة U_0 نستعمل U_{20} أو U_{21}

$U_{20} = U_0 + (20-0)r$

$77 = U_0 + 80$ $\quad \boxed{U_0 = -3}$

عفسة نمبر 4

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول $U_0 = -3$ وأساسها r حيث :

$U_7 + U_8 + U_9 + U_{10} = 124$

• حساب الأساس r :

* نكتب كل الحدود U_7, U_8, U_9, U_{10} بدلالة الحد الأول U_0

$U_n = U_p + (n-p)r$

$U_{10} = U_0 + (10-0)r$ ←

$U_9 = U_0 + (9-0)r$ ←

$U_8 = U_0 + (8-0)r$ ←

$U_7 = U_0 + (7-0)r$ ←

$U_{10} = U_0 + 10r =$ ←

$U_9 = U_0 + 9r$ ←

$U_8 = U_0 + 8r$ ←

$U_7 = U_0 + 7r$ ←

$\boxed{U_{10} = 10r - 3}$ $\quad \boxed{U_8 = 8r - 3}$

$\boxed{U_9 = 9r - 3}$ $\quad \boxed{U_7 = 7r - 3}$

• بالتعويض في المساواة المعطاة :

$U_7 + U_8 + U_9 + U_{10} = 124$

$7r - 3 + 8r - 3 + 9r - 3 + 10r - 3 = 124$

$\rightarrow 34r - 12 = 124$

$\rightarrow 34r = 124 + 12$ أي :

$\rightarrow 34r = 136$ معناه :

$\rightarrow r = \frac{136}{34}$ $\quad \boxed{r = 4}$

• كتابة U_n بدلالة n :

$\boxed{U_0 = -3}$ $\quad \boxed{r = 4}$

$U_n = U_0 + (n-0)r$

$U_n = -3 + (n-0)4$

$\boxed{U_n = 4n - 3}$