ملخص دالة كثير حدود من الدرجة الثالثة

• مثلا يعطيلنا هذي الدالة :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

① سؤال حساب نهاية الدالة عند $+\infty$ و $-\infty$

• هنا كنحسبو نهاية الدالة عند أكبر حد يعني x لي الأس تاعو كبير

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$x \to +\infty$: عدد كبير ود موجب

مايتحسبوش $= (\text{مليار})^3$ $+$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

عدد سالب $= (\text{عدد سالب})^{\text{فردي}}$

راك مديون يا خويا $- = (\text{كريدي})^3$

1

② السؤال الثاني مثلا :

• بين أن :

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

• هنا لازم كنحسبو المشتقة أروح نفهمك كيفاه نشتق

$(x^3)'$ رمز الاشتقاق

$= \underset{\text{الأس يهبط}}{3} \cdot x^{3-1}$ وينقص بدرجة

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(2x^3)' = 2 \cdot 3x^2 = 6x^2$$

نغطوه كيما راه

$$f'(x) = 3x^2 - 6x(2x) + 9$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

• هنا حسبنا المشتقة وخلينا معاها بصح في السؤال طلب منا نبينوها هكذا :

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

• هنا نشروها ونبسطوها باش تخرجلنا العبارة الأولى

$$3(x-1)(x-3) = 3[x^2 - 3x - x + 3]$$

• معناه : $= 3[x^2 - 4x + 3]$

$$= 3x^2 - 12x + 9$$

ومنه : $\boxed{f'(x) = 3(x-1)(x-3)}$

• هنا طلب منا نخرجو بيها باش نتهناو من المميز Δ

③ بعد حساب المشتقة :

• نضع $f'(x) = 0$ معناه

$$3(x-1)(x-3) = 0$$

معناه: $x - 1 = 0$ أو $x - 3 = 0$

- $x-3=0$ أو $x-1=0$
- علابالك كيفاش نحلوهم باه ما نوريلك المجاهيل في طرف والمعاليم في طرف
- ← لـ $x=3$ أو $x=1$
- هنا لقينا الحلول لي يعدمو المشتقة كون نعوضنو قيم تعدم في المشتقة نلقاو 0 أي $f'(1)=0$ و $f'(3)=0$
- نديرو جدول إشارة المشتقة

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

نفس إشارة a — عكس a — نفس a

a هو العدد المضروب في x^2 ثم عبارة المشتقة

$$f'(x)=\boxed{3}x^2-12x+9 \longleftarrow$$

- المشتقة موجبة في المجال $]-\infty,1]$ معناه الدالة متزايدة السهم طالع
- الدالة متناقصة تماما في المجال $[1,3]$
- ومتزايدة تماما في المجال $[3,+\infty[$

$+$ متزايدة

$-$ متناقصة

- جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

$f(1)=0$ $\qquad$ $f(3)=-4$

- نحسبوهم في الدالة

$$f(1)=(1)^3-6(1)^2+9(1)-4$$
$$=0$$

4) كتابة معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 2

- قانون نديرك ونحلو بيه وخلاص:

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

x_0 راه هي الفاصلة 2:

$$y=f'(2)(x-2)+f(2)$$

2

نحسبوها في المشتقة — نحسبوها في الدالة

$f'(2)=-3$ $\qquad$ $f(2)=-2$

أبعد نفوضو:

$y = -3(x-2) - 2$

$y = -3x + 6 - 2$ $\boxed{y = -3x + 4}$

5 التحقق أن:

$f(x) = (x-1)^2(x-4)$

• العبارة كي عطاهالنا نشرها ونبسطوها

$(x-1)^2(x-4) = [(x^2-2x+1)(x-4)]$

متطابقة شهيرة

3

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$(x-1)^2(x-4) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

$= f(x)$ و.هـ.م

6 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

• هنا نديرو الشكل الثاني للدالة f منديروش العبارة الأولى

$f(x) = 0$ معناه $(x-1)^2(x-4) = 0$

معناه: $x-4=0$ أو $(x-1)^2 = 0$

• أي: $x = 4$ أو $x = 1$

• حلول المعادلة $f(x)=0$ هي $S = \{1, 4\}$

* استنتاج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

• تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل معناه: الترتيب $y = 0$ ونحلو المعادلة $f(x) = 0$

• لقينا حلول المعادلة $f(x) = 0$

هي: $x = 1$ أو $x = 4$

• معناه نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

هي: $(1,0)$ ، $(4,0)$

الترتيب معدوم

• تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب

• نحسب: $f(0)$

$f(0) = -4$

ومنه: $(C_f) \cap (yy') = \{(0, -4)\}$

الفاصلة تساوي 0

7 نقطة الانعطاف:

• بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

• هنا نحسبو المشتقة الثانية $f''(x)$ المشتقة الأولى ونزيدو نشتقوها

لدينا: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

• $f''(x) = 3(2x) - 12$

• معناه $f''(x) = 6x - 12$

• نبدو نحسب $f''(x)$ نضع: $f''(x) = 0$

معناه: $6x - 12 = 0$ أي: $6x = 12$

أي $x = \frac{12}{6}$ $\boxed{x = 2}$

• نديرو إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

عكس إشارة a، $a = 6$ — نفس إشارة a، $a = 6$

- نلاحظ أن المشتقة الثانية تنعدم وتغير من إشارتها عند $x_0 = 2$
- ومنه النقطة $A(2, f(2))$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

نحسبو صورة 2 بالدالة f

ملخص

- النهاية تحسب عند الحد الأكبر درجة
- كي يقلك بين أن f تكتب من الشكل (...) ننشر ونبسط العبارة المعطاة
- كي يقلك بين أن f' تكتب من الشكل أحسب المشتقة أ بعد انشر وبسط العبارة المعطاة:
- إشارة f':

المشتقة تنعدم عند x_0 و x_1

x	$-\infty$		x_0		x_1		$+\infty$
$f'(x)$		نفس إشارة a	0	عكس a	0	نفس إشارة a	

$\longrightarrow f'(x) = ax^2+bx+c$

تكتب من الشكل

- معادلة المماس:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

قانون تحفظ

الفاصلة x_0 تعطى

- نقطة الانعطاف:
- نحسب المشتقة الثانية $f''(x)$ ثم ندرس إشارتها ← نلقاوها تتغير من إشارتها

- تقاطع منحنى الدالة مع محور الفواصل نحل المعادلة $f(x)=0$ نلقاو فواصل نقط والتراتيب نتاعهم يكون معدوم
- تقاطع (C_f) مع محور التراتيب نحسب $f(0)$
- حل معادلة من الدرجة الثانية:

$\longrightarrow f(x) = ax^2+bx+c = 0$

- $\Delta = b^2-4ac$
- $\Delta > 0$ تقبل حلين
  - $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
  - $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0$ تقبل حل مضاعف
  - $x_1 = -\frac{b}{2a}$

4

- رسم (C_f) والمماس:
- نعين نقط مساعدة
- نعين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل والتراتيب
- نعين نقطة الانعطاف ان وجدت
- لرسم مستقيم او المماس نعين نقطتين من خلال جدول مساعد

x	.	.
y	.	.