

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05,5 نقاط )

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(z-i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نسمي  $A$  ،  $B$  و  $C$  نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب  $z_1 = \sqrt{3} + i$  ،  $z_2 = \sqrt{3} - i$  و  $z_3 = i$

(أ) أكتب العدد  $\frac{z_1}{z_2}$  على الشكل الأسّي.

(ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي  $n$  يكون من أجلها العدد المركب  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$  تخيليا صرفا؟ برّر إجابتك.

(3) (أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$ ، محددًا نسبته وزاويته.

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(4) (أ) عيّن العناصر المميزة لـ  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق:

$$|z - z_1|^2 + |z - z_3|^2 = 5$$

(ب) عيّن  $(E')$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي لاحقتها  $z$  حيث:  $|z - z_1| = |z - z_3|$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - t' \quad (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2t' \end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(1) (أ) عيّن إحداثيات النقطة  $B$  تقاطع المستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$

(ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(P)$  المعين بالمستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$

(2) (أ) أثبت أن النقطة  $A(6; 4; 4)$  لا تنتمي إلى المستوي  $(P)$

(ب) بيّن أن النقطة  $B$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(P)$



- (3) أ) عيّن معادلة ديكرتية للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{n}(5;1;-7)$  شعاع ناظمي له.  
 ب) عيّن إحداثيات  $C$  و  $D$  نقطتي تقاطع  $(Q)$  مع كل من  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  على الترتيب.  
 (4) أ) عيّن طبيعة المثلث  $BCD$ ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$   
 ب) استنتج مساحة المثلث  $ACD$

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

I)  $f$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]1;+\infty[$  بـ:  $f(x) = x - \ln(x-1)$

(1) حدد حسب قيم  $x$ ، إشارة  $f(x) - x$

(2) أ) عيّن اتجاه تغير  $f$

ب) بيّن أنه إذا كان  $x \in [2; e+1]$  فإن  $f(x) \in [2; e+1]$

II)  $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = e+1$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  $u_n \in [2; e+1]$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

(3) برر تقارب المتتالية  $(u_n)$ ، ثم أحسب نهايتها.

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

I)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0;3[$  بـ:  $g(x) = x \ln x + x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$

(2) أ) بيّن أن المعادلة  $g(x) = 2$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $]0;3[$

ثم تحقق أن  $1,45 < \alpha < 1,46$

ب) استنتج إشارة  $g(x) - 2$

II) التمثيل البياني المقابل  $(C_f)$  هو للدالة  $f$  المعرفة على

المجال  $]0;3[$  بـ:  $f(x) = |x - 2| \ln x$

(1) باستعمال  $(C_f)$  ضع تخميناً حول قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند 2

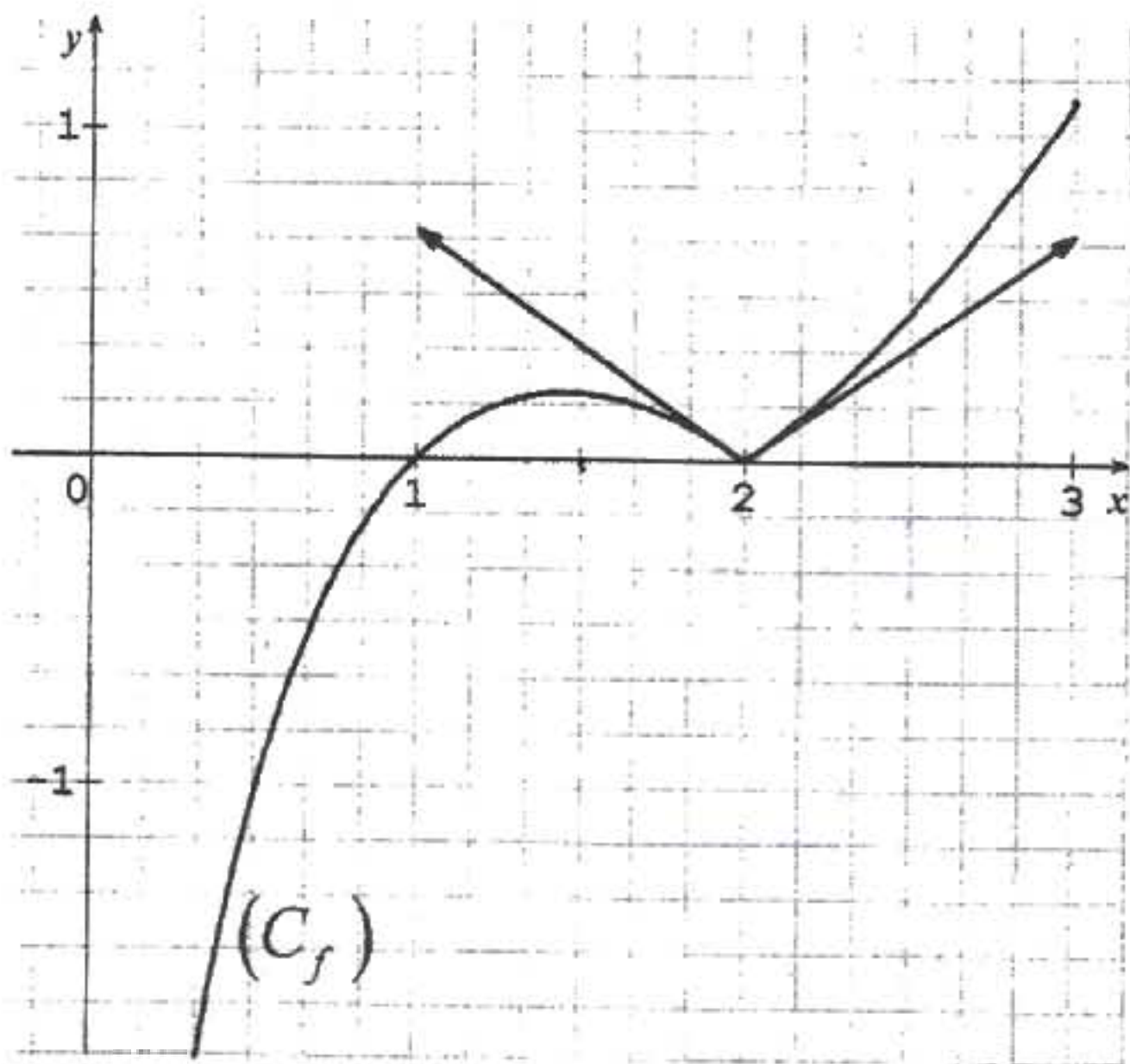
(2) أثبت صحة تخمينك.

(3) أدرس تغيرات الدالة  $f$

III)  $h$  الدالة المعرفة على  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  كما يلي:  $h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$

(1) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x = \frac{\pi}{2}$  مقارب للمنحنى  $(C_h)$ ؛ حيث  $(C_h)$  هو التمثيل البياني للدالة  $h$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $h$ ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم  $(\Delta)$  و  $(C_h)$





## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v})$  النقطة  $A$  ذات اللاحقة  $z_0 = 1 + i$

- (1) أ) عيّن ثم أنشئ  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث:  $z = z_0 + 2e^{i\theta}$  و  $\theta$  يمسح  $\mathbb{R}$   
 ب) عيّن ثم أنشئ  $(\gamma')$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث:  $z = z_0 + ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$  و  $k$  يمسح  $\mathbb{R}^+$   
 ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع  $(\gamma)$  و  $(\gamma')$

(2) نسمي  $B$  النقطة التي لاحقها  $z_1$  حيث  $z_1 = z_0 + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب  $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAB$

ب) عيّن  $z_2$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $B$  بالدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث تكون النقطة  $O$  مرجحا للجملة  $\{(A; \alpha), (C; \beta)\}$  و  $\alpha + \beta = \sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث:  $((1 + \sqrt{2})\overline{MA} - \overline{MC}) \cdot (\overline{MA} - \overline{MC}) = 0$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

$A$ ،  $B$  و  $C$  ثلاث نقط من الفضاء حيث  $A(0; -1; 1)$ ،  $B(1; 3; 2)$  و  $C(-1; 3; 4)$

(1) أ) أحسب الجداء السلمي  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية  $\widehat{BAC}$

ب) بيّن أن النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  تعين مستويا.

(2) أ) بيّن أن الشعاع  $\vec{n}(2; -1; 2)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$

(3) ليكن  $(S)$  سطح الكرة الذي معادلته:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$

نسمي  $\Omega$  و  $R$  مركز و نصف قطر  $(S)$  احسب  $R$  و عيّن احداثيات  $\Omega$

(4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  مماسي سطح الكرة  $(S)$  والموازيين للمستوي  $(ABC)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$n$  و  $p$  عددان طبيعيين.

(1) أدرس، حسب قيم  $n$ ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد  $5^n$

(2) نضع:  $C_n = 16n + 9$  و  $D_p = 5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان  $p = 4k + 2$  حيث  $k$  عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي  $n$  يحقق  $C_n = D_p$

ب) عيّن  $n$  من أجل  $p = 6$



(3)  $f$  هي الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$   
أدرس تغيرات الدالة  $f$ ، ثم استنتج إشارة  $f(x)$

(4)  $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 1$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  
 $u_{n+1} = 5^4 \left( u_n + \frac{9}{16} \right) - \frac{9}{16}$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، فإن  $u_n$  عدد طبيعي.

(5) استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عيّن نهاية  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بيّن أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن  $1,27 < \alpha < 1,28$

(ب) أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$

(ج) أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$

(4) عيّن قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$  حلا واحدا في  $\mathbb{R}$

(5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني

(أ) بيّن أن الدالة  $h$  زوجية.

(ب) ارسم  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$

(6)  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (ax+b)e^x$  حيث:  $a, b$  عدنان حقيقيان

عيّن  $a, b$  حتى يكون: من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ؛  $g'(x) = f(x)$

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: 2014

المدة: 04 ساعات ونصف

الشعبة: تقني رياضي

اختبار مادة: الرياضيات

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأ		
05.5	4x0.25	<b>التمرين الأول: (05.5 نقطة)</b>	
		(1) حل المعادلة:	
		..... $z_3 = i$ و $z_2 = \sqrt{3} - i$ و $z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $\Delta = (2i)^2$	
		..... $\frac{z_1}{z_2} = e^{i(\frac{\pi}{3})}$ (أ) (2)	
		..... $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n = e^{i(\frac{n\pi}{3})}$ ؛ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n = 3 + 6k$ ليس لها حل في $\mathbb{N}$ (ب)	
		لأن $2n$ زوجي و $3 + 6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب....	
		..... $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i(\frac{\pi}{2})}$ (أ) (3)	
		..... $z' - z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i(\frac{\pi}{2})}(z - z_1)$ (أو $z' = -\frac{\sqrt{3}}{2}iz + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i$ ) النسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، الزاوية $-\frac{\pi}{2}$	
		..... (ب) المثلث $ABC$ قائم في $A$ ، مع قبول أي تبرير صحيح.....	
		..... (أ) (4) $(E)$ هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ ونصف قطرها $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$	
..... (ب) $(E')$ هي محور القطعة $[AC]$ (أو معادلة $(E')$ : $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ )			
<b>التمرين الثاني: (04.5 نقط)</b>			
..... (أ) (1) بطل الجملة نجد $t = -1$ و $t' = -1$ ، إذن $B(1; 0; 2)$			
..... (ب) $(P): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t - t' \\ z = 2 - t + 2t' \end{cases} ; (t; t') \in \mathbb{R}^2$			
..... (أ) (2) $A(6; 4; 4)$ لا تنتمي إلى المستوي $(P)$ ، لأن الجملة $\begin{cases} 6 = 1 + 2t \\ 4 = -2t - t' \\ 4 = 2 - t + 2t' \end{cases}$ ليس لها حل.			
..... (ب) $B \in (P)$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ ، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$			
..... إذن $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$			
..... (أ) (3) $(Q): 5x + y - 7z - 6 = 0$			
..... (ب) $C(3; -2; 1)$ و $D(1; 1; 0)$			

	01	<p>.....<math>V(ABCD) = \frac{15}{2} uv</math> ، <math>B</math> قائم في <math>BCD</math> (أ) (4</p>
04	0.5	<p>..... <math>S(ACD) = \frac{3 \times \frac{15}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{2} ua</math> ومنه <math>S(ACD) = \frac{3 \times V(ABCD)}{d(B,(Q))}</math> (ب)</p> <p><b>التمرين الثالث: (04 نقط)</b></p> <p>.....]2; +∞[ في <math>f(x) - x &lt; 0</math> و ]1; 2[ في <math>f(x) - x \geq 0</math> (1 -1</p> <p>.....]1; 2[ على <math>f'(x) = \frac{x-2}{x-1}</math> ، <math>f</math> متزايدة تماما على ]2; +∞[ و متناقصة تماما على ]1; 2[ (أ) (2</p> <p>..... <math>2 = f(2) \leq f(x) \leq f(e+1) = e</math> ومنه <math>2 \leq x \leq e+1</math> ، <math>f</math> متزايدة تماما على ]2; e+1[ ، (ب)</p> <p>..... (II) 1 <math>u_0 \in [2; e+1]</math> محقق.</p> <p>..... <math>u_{n+1} = f(u_n) \in [2; e+1]</math> ، <math>u_n \in [2; e+1]</math> ومنه ، حسب (ب) ، إذن ..... (2</p> <p>..... <math>u_{n+1} - u_n \leq 0</math> فإن <math>u_n \in [2; e+1]</math> وبما أن <math>u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n</math></p> <p>..... ومنه <math>(u_n)</math> متناقصة .....</p> <p>..... <math>(u_n)</math> متناقصة ومحدودة من الأسفل (بالعدد 2) فهي متقاربة .....</p> <p>..... <math>I = 2</math> ومنه <math>I = f(I)</math> فإن <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = I</math> لأن <math>f</math> مستمرة ومنه <math>I = 2</math> .....</p> <p><b>التمرين الرابع: (06 نقط)</b></p> <p>..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0</math> (I) (1</p> <p>..... <math>g'(x) = 2 + \ln x</math> .....</p> <p>..... إشارة <math>g'(x) : \underline{0 - e^{-2} + 3}</math> .....</p> <p>..... <math>g(e^{-2}) = -e^{-2}</math> و <math>g(3) = 3 + 3 \ln 3</math> ، جدول التغيرات .....</p> <p>..... <math>g(x) = 2</math> المعادلة لا تقبل حلا في <math>]0; e^{-2}[</math> ومنه <math>2 \notin ]0; e^{-2}[</math> (أ) (2</p> <p>..... <math>g</math> مستمرة و متزايدة تماما على <math>]e^{-2}; 3[</math> و <math>2 \in [-e^{-2}; 3 + 3 \ln 3]</math> ، إذن للمعادلة حل وحيد في المجال <math>]e^{-2}; 3[</math> .</p> <p>..... و <math>g(1,45) \approx 1,99</math> ; <math>g(1,46) \approx 2,01</math> ومنه <math>1,45 &lt; \alpha &lt; 1,46</math> .....</p> <p>..... إشارة <math>g(x) - 2 : \underline{0 - \alpha + 3}</math> .....</p> <p>..... (II) 1 <math>f</math> لا تقبل الاشتقاق عند 2 ، لأن <math>(C_f)</math> لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 .....</p> <p>..... العدد المشتق من اليمين هو <math>\ln 2</math> والعدد المشتق من اليسار هو <math>-\ln 2</math> .....</p> <p>..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty</math> (3) .....</p> <p>..... من أجل <math>]0; 2[</math> ، <math>f'(x) = -\frac{g(x)-2}{x}</math> ، من أجل <math>]2; 3[</math> ، <math>f'(x) = \frac{g(x)-2}{x}</math> (ب)</p> <p>..... إشارة <math>f'(x) : \underline{0 + \alpha - 2 + 3}</math> .....</p> <p>..... جدول التغيرات ، <math>f(3) = \ln 3</math> ، <math>f(2) = 0</math> ، <math>f(\alpha) = (2 - \alpha) \ln \alpha</math> .....</p>
06	0.5	

0.25	..... (III) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty$ و منه $x = \frac{\pi}{2}$ معادلة مستقيم مقارب $(\Delta)$ .....
0.25	..... $h(x) = f(\cos x)$ (2)
0.25	..... $x \mapsto \cos x$ مركب الدالة $x \mapsto f(x)$ متبوعة بالدالة $h$
0.25	..... الدالة "cos" متناقصة تماما على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ و $f$ متزيدة تماما على $]0; 1]$ ومنه $h$ متناقصة تماما
0.25	..... على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
0.25	..... $h(0) = 0$ و $h'(0) = 0$ وجدول التغيرات
0.5	..... رسم $(\Delta)$ و $(C_h)$



العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة												
04.5		التمرين الأول: (04.5 نقط)											
	0.75	1 (أ) $(\gamma)$ هي الدائرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها 2. إنشاء $(\gamma)$ .....											
	0.75	ب) $(\gamma')$ نصف مستقيم مبدؤه $A$ ومعامل توجيهه $-1 = \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{4})$ . إنشاء $(\gamma')$ .....											
	0.5	ج) إحداثيات نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\gamma')$ هي: $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$ .....											
	0.5	2 (أ) $\frac{z_1 - z_0}{z_0} = i\sqrt{2}$ .....											
	0.5	ب) $\frac{z_0 - z_1}{z_0} = -i\sqrt{2}$ ومنه $OAB$ مثلث قائم في $A$ .....											
	0.25	ب) $z_2 = 1 + \sqrt{2} - i(1 + \sqrt{2})$ .....											
	0.5	ج) $\begin{cases} \alpha + (1 + \sqrt{2})\beta = 0 \\ \alpha + \beta = \sqrt{2} \end{cases}$ ومنه $(\alpha; \beta) = (1 + \sqrt{2}; -1)$ .....											
	0.5	د) $\overline{OM} \cdot \overline{AC} = 0$ ، $(E)$ هي المستقيم المار من $O$ و $\overline{AC}$ شعاع ناظمي له..... (تبرير آخر: معادلة $(E)$ هي $y = -x$ )											
	0.25	إنشاء $(E)$ .....											
04.5		التمرين الثاني: (4.5 نقطة)											
	01	1 (أ) $\widehat{BAC} = 34^\circ$ و $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 18$ .....											
	0.5	ب) $\widehat{BAC} \neq 0$ و $\widehat{BAC} \neq \pi$ ومنه $C, B, A$ تعين مستويا.....											
	0.5	2 (أ) $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ .....											
	0.5	ب) $(ABC): 2x - y + 2z - 3 = 0$ .....											
	01	3) $R = 3$ ، $\Omega(2; -3; 1)$ ، $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ .....											
	0.25	4) $(P): 2x - y + 2z + d = 0$ .....											
	0.5	ومنه $ 9 + d  = 9$ ، $d = -18$ ، $d = 0$ .....											
	0.25	و $(P_1): 2x - y + 2z = 0$ و $(P_2): 2x - y + 2z - 18 = 0$ .....											
	05		التمرين الثالث: (05 نقط)										
01		<table border="1"> <thead> <tr> <th>قيم <math>n</math></th> <th><math>4k</math></th> <th><math>4k+1</math></th> <th><math>4k+2</math></th> <th><math>4k+3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>الباقي</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>13</td> </tr> </tbody> </table>	قيم $n$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	الباقي	1	5	9	13	1) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد $5^n$ :
قيم $n$		$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$								
الباقي	1	5	9	13									
0.5	2) (أ) من أجل $p = 4k + 2$ ، $(k \in \mathbb{N})$ ، $5^p \equiv 9[16]$ ، ومنه يوجد $n \in \mathbb{N}$ يحقق $5^p = 9 + 16n$ أي $C_n = D_p$ .....												
0.5	ب) من أجل $p = 6$ ، $n = 976$ .....												



		$[0; +\infty[$ على $f$ متزايدة تماما على $f'(x) = 4\ln 5 \times 5^{4x+2} > 0$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (3
0.75	.....	جدول التغيرات
0.5	.....	استنتاج أن $f(x) > 0$
		(4) $\frac{5^{(4 \times 0 + 2)} - 9}{16} = 1 = u_0$ . نفرض $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$ ومن $u_{n+1} = 5^4(u_n + \frac{9}{16}) - \frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1} = \frac{5^{4n+6} - 9}{16}$
0.75	.....	ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$
0.5	.....	(ب) $5^{(4n+2)} \equiv 9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)} - 9 \equiv 0[16]$ أي $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16} \in \mathbb{N}$
0.5		(5) $u_n = \frac{1}{16} f(n)$ و $\frac{1}{16} > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما لأن $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
		<b>التمرين الرابع: (06 نقطة)</b>
0.5	.....	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
0.75	.....	(2) $f'(x) = xe^x$ ، $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; 0]$
0.25	.....	جدول التغيرات
0.25	.....	(3) $1 \notin [-1; 0[$ ومنه المعادلة لا تقبل حولا على $]-\infty; 0]$
		$f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$ و $1 \in [-1; +\infty[$ إذن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا
0.25	.....	وحيدا في $\mathbb{R}$
0.5	.....	$f(1,27) \approx 0.96$ ; $f(1,28) \approx 1.01$ لأن $f(1,27) < 1 < f(1,28)$
0.75	.....	(ب) $(T): y = ex - e$ ، $(C_f)$ أعلى $(T)$ لأن $f(x) - y = (x-1)(e^x - e) \geq 0$
0.75	.....	(ج) رسم $(T)$ و $(C_f)$
0.25	.....	(4) $f(x) = f(m) - 1$ تعني $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$
0.25	.....	$f(x) = f(m) - 1$ تقبل حلا واحدا إذا كان $f(m) - 1 = -1$ أو $f(m) - 1 \geq 0$
0.25	.....	أي $m = 1$ أو $m \geq \alpha$ ( $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ و $\alpha > 0$ )
0.25	.....	(5) $h$ دالة زوجية لأنها معرفة على $\mathbb{R}$ و $h(-x) = h(x)$
		(ب) إذا كان $x \leq 0$ فإن $h(x) = -f(x)$ ومنه $(C_h)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى محور
0.25	.....	الفواصل على المجال $]-\infty; 0]$ ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور الترتيب
0.25	.....	رسم $(C_h)$
0.5	.....	(6) $g'(x) = (ax + a + b)e^x$ ، بالمطابقة نجد ، $a = 1$ ، $b = -2$